

- Optmajkodu1_17. 1.** Kui turul on nõudlusfunktsioon $P = a - b q$ ja pakkumisfunktsioon $P = c + d q$, siis tasakaaluhind on $P^* = (a d + b c) / (b + d)$ ja tasakaalu müügi kogus on $q^* = (a - c) / (b + d)$ (tõestage!). Tehke võrdlevat staatikat b suhtes ja interpreteerige tulemusi sõnadega majandustermiinites.
- 2.** Olgu turu dünaamilises mudelis nõudlusfunktsioon $D_n = 3 - 2 p_n$ ja pakkumisfunktsioon $S_{n+1} = 1 + p_n^2$. a) Koostage hinna diferentsvõrrand. b) Leidke positiivne tasakaaluhind. c) Tehke “ämblikuvõrgu” analüüsi.
- 3.** Olgu 4-liikmelise pere toidule kulutatav eelarve ühe liikme kohta 320 €. Sel juhul tarbiksid nad päevas piima 400 g. Kui eelarve oleks 360 € liikme kohta, siis tarbitakse 500 g. Leida nõudluse $D = D(Y)$ elastsus eelarve Y suhtes (vt \$ 5). Olgu teada, et nõudluse elastsus $\varepsilon(D; Y) = 2$ ja eelarve 360 € liikme kohta juures tarbitakse 500 g piima päevas. Kui palju tarbitakse, kui eelarve oleks 396 €?
- 4.** Olgu muutujad x, y sõltuvuses seosega $y = f(x)$. Näidata, et $\varepsilon(f^n; x) = n \varepsilon(f; x)$ (n on astmenäitaja). Olgu veel seos $y = g(x)$, näidata, et siis $\varepsilon(fg; x) = \varepsilon(f; x) + \varepsilon(g; x)$ ja $\varepsilon(f/g; x) = \varepsilon(f; x) - \varepsilon(g; x)$. Tõestage võrdused $\varepsilon(e^{ax}; x) = ax$, $\varepsilon(\ln x; x) = 1 / \ln x$.
- 5.** Olgu tööjõu pakkuja kasulikkusefunktsioon (utility) $U = \alpha I + (1 - \alpha) R$, kus I on kogusissetulek ja R on kogurendis (vt \$ 6) ning $0 \leq \alpha \leq 1$. Leida palgamäär $w = w_U$, et $U \rightarrow \max$. Teha w_U võrdlevat staatikat α suhtes.
- 6.** Olgu firmal toodangufunktsioon $Q = c L^\alpha K^\beta$, kus $K = K_0$ ja $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$. Leida firma kasumi maksimum L järgi (vt \$ 8).
- 7.** Käsitlege Cournot’ duopoli mudelit, kui $TC_i = c q_i^2$ ($i = 1, 2$) (vt \$ 9).
- 8.** Näidake, et oligopol’i mudelis (vt \$ 10) $q_1 = q_2 = \dots q_n = q^*$.
- 9.** Olgu firmal toodangufunktsioon $Q = L^\alpha K^\beta$. Leidke tingimused α, β kohta, et tasakaaluväärtused L^*, K^* annaksid kasumi maksimumi (vt \$ 12).
- 10.** Kontrollida Euleri teoreemi (homogeensetest funktsioonidest) kehtivust toodangufunktsiooni $Q = c L^\alpha K^\beta$ jaoks.
- 11.** Firma kulufunktsioon $C(x, y, z) = a x^2 + b y^2 + c z^2 - 2 a x - 4 c z + 2 a + 8 c$ ($a, b, c > 0$) määratakse endogeensete muutujatega $x, y, z > 0$. Kontrollige Hesse maatriksi abil miinimumkulu olemasolu ja tõestage täisruuduks teisendamisega, et leitud oletatav miinimumpunkt annab tõesti kulu miinimumi.
- 12.** Näidata funktsiooni kumeruse teoreemi võrratuse $f(y) - f(z) \geq \sum_{j=1}^n f'_{x_j}(\bar{z})(y_j - z_j)$ abil, et $f(x) = x^4$ on kumer alla. Märkus: $y = (y_1, \dots, y_n)$ ja analoogiliselt z , mis summamärgi all on tähistatud vektorina. Vihje: siin $n = 1$ ning tuleb uurida eraldi juhtumeid $y > z$ ja $y < z$.

Teade: Õpikeskuses korrusel 4A matemaatika raamatute riivil on kohapeal kasutamiseks Optimeerimine majanduses lühikonspekt.