

Näide 1: Lahendame võrrandi $\sin x + \cos x = 1$.

Avaldame $\sin x \cos x$ kaudu:

kuna $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, siis $\sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x}$, seega võrrand esitub kujul $\pm \sqrt{1 - \cos^2 x} = 1 - \cos x$.

Tõstame võrrandi mõlemad pooled ruutu, saame

$$1 - \cos^2 x = 1 - 2 \cos x + \cos^2 x, \text{ ehk}$$

$$2 \cos x (\cos x - 1) = 0.$$

Seega $\cos x = 0$ või $\cos x = 1$.

Kui $\cos x = 0$, siis $x = \pm \frac{\pi}{2} + 2n\pi$,

kui $\cos x = 1$, siis $x = 2k\pi$, kus n ja k on täisarvud.

Lahendite kontroll näitab, et lahendid kujul $x = 2k\pi$ sobivad (veendu selles ise-
seisvalt võttes $k = 0$ ja $k = 1$). Lahendiseeriast $x = \pm \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ sobivad võrrandi

lahendiks ainult need, mille korral $\frac{\pi}{2}$ ees on plussmärk (kontrolli ise, et miinus-
märgiga saadud lahendid ei sobi).

Seega tekkisid meil võrrandi lahendamisel võõrlahendid. Sellel saab olla ainult üks põhjus - võrrandi poolte ruutu tõstmine. Seega võrrandi lahendid on

$x = 2k\pi$ ja $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$, kus k ja n on täisarvud.

Näide 9: Lahendame võrrandi $\cos 2x = \cos x - \sin x$.

Kuna $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$, siis võime võrrandi esitada kujul

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos x - \sin x, \text{ ehk } (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) = \cos x - \sin x.$$

Nüüd toome kõik liikmed võrduse vasakule poole ja võtame teguri $\cos x - \sin x$ sulgude ette. Siis võrrand esitub kujul:

$$(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x - 1) = 0.$$

Võrrand $\cos x - \sin x = 0$ on homogeenne võrrand. Jagades mõlemad võrduse pooled $\cos x$ -ga, saame võrrandi

$$\tan x = 1, \text{ millest } x = \frac{\pi}{4} + l\pi.$$

Võrrand $\sin x + \cos x = 1$ on meil juba eespool lahendatud (vt näide 1). Selle võrrandi lahendid on $x = 2k\pi$ ja $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$, kus k ja n on täisarvud.

Vastus: $x = 2k\pi$, $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ ja $x = \frac{\pi}{4} + l\pi$, kus k , n ja l on täisarvud.

Näide 14: Lahendame võrrandi $\sin^3 x + \cos^3 x = 1$.

Esitame võrrandi paremal pool oleva arvu 1 kujul

$$1 = \sin^2 x + \cos^2 x, \text{ siis}$$

$$\sin^3 x + \cos^3 x = \sin^2 x + \cos^2 x, \text{ millest}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x - \sin^3 x - \cos^3 x = 0, \text{ ehk}$$

$$\sin^2 x (1 - \sin x) + \cos^2 x (1 - \cos x) = 0,$$

$$(1 - \cos^2 x)(1 - \sin x) + (1 - \sin^2 x)(1 - \cos x) = 0,$$

$$(1 - \cos x)(1 + \cos x)(1 - \sin x) + (1 - \sin x)(1 + \sin x)(1 - \cos x) = 0,$$

$$(1 - \sin x)(1 - \cos x)(1 + \cos x + 1 + \sin x) = 0.$$

Võrdsustame tegurid järgemööda nulliga, seega peame lahendama võrrandid

1) $\sin x = 1$; 2) $\cos x = 1$ ja 3) $\sin x + \cos x = -2$.

Esimese võrrandi lahendid on $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, teise võrrandi lahendid on $x = 2k\pi$

ja kolmandal võrrandil lahendeid ei ole (pole sellist nurka, mille korral $\sin x$ ja $\cos x$ väärtus on üheaegselt -1).