

GeoGebra VI tööjuhendite komplekt

Dünaamilised siinus- koosinus- ja tangenslõigud.

- 1) Sisestame sisendreaale ringjoone $x^2 + y^2 = 1$ võrrandi. Tähistame ühikringjoone c-ga.
- 2) Kinnitame ühikringjoonele punkti P . Konstrueerime selle punkti projektsioonid x -teljel ja y -teljel. Tähistame need projektsioonid kui punktid P_x ja P_y .
- 3) Märgime joonisele kolm lõiku: OP kui raadiuslõik, pikkusega 1, PP_x kui muutuva pikkusega *siinuslõik* ja PP_y kui muutuva pikkusega *koosinuslõik*.
- 4) Lõik OP olgu punast värvi ja pidevjoonega, lõigud PP_x ja PP_y olgu sinist värvi ja punktiirjoonega. Koostame lõikudele pealdised: PP_x pealdis olgu $\sin \alpha$, PP_y pealdis olgu $\cos \alpha$, lõigu OP pealdis olgu "OP=1".
- 5) Märgime joonisele punkti (1, 0), tähistame selle A_1 . Konstrueerime nurga A_1OP ja tähistame selle α . Värvime nurga roheliseks, Nurga puhul näitame tähist ja suurust.
- 6) Konstrueerime punktist P ringjoonele puutuja. Leiame selle puutuja ja x -telje lõikepunkti. Tähistame selle punkti A tähega.

Peidame puutuja, aga konstrueerime selle peidetud puutuja kohale lõigu AP . See lõik saab olema *tangenslõik*.

- 7) Tangenslõigul näitame pealdist, selleks pealdiseks olgu $\tan \alpha$. Tangenslõigu teeme rohelise punktiirjoonega. Punktil P näitame tähist ja väärtust, punktidel O , P_x , P_y ja A ainult tähist.

- 8) Tekitame sisendrea abil kolm arvu:

Siinus= $x(P)$

Koosinus= $y(P)$

Tangens=Siinus/Koosinus

- 9) Teeme LaTeXi ja objektiväljade abil kolm teksti.

Esimene olgu:

$\sin \alpha \approx \text{objekt}(\text{Siinus})$,

teine olgu:

$\cos \alpha \approx \text{objekt}(\text{Koosinus})$,

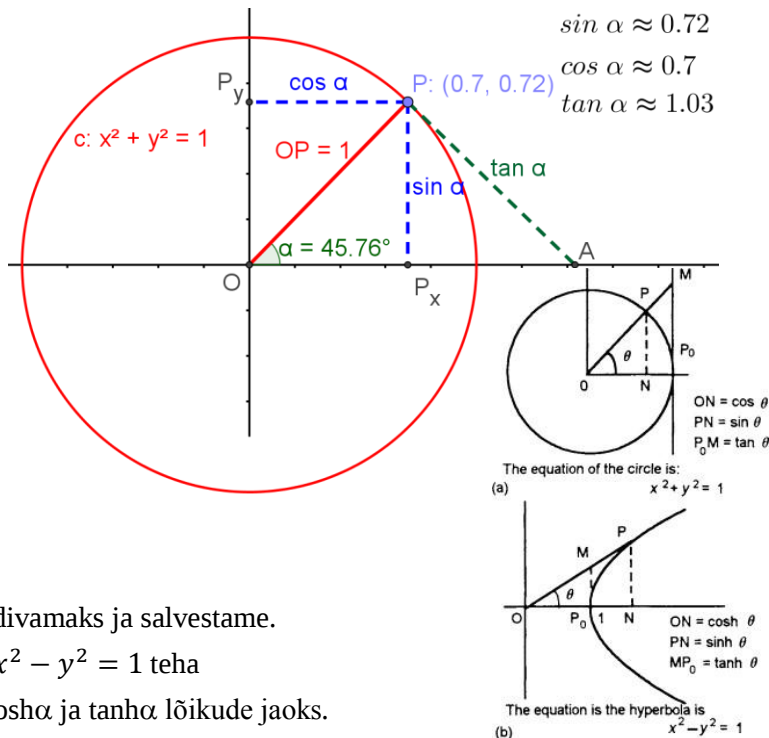
kolmas olgu:

$\tan \alpha \approx \text{objekt}(\text{Tangens})$

- 9) Kujundame joonise meeldivamaks ja salvestame.

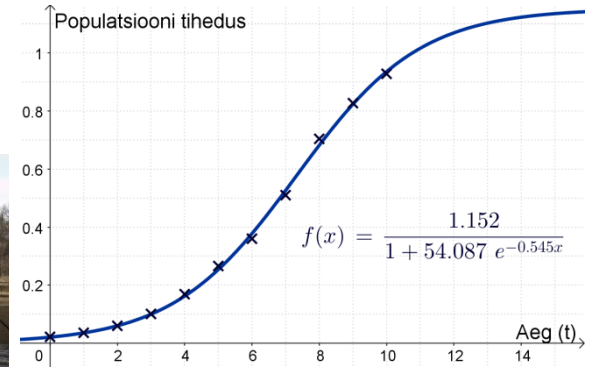
Ü1. lähtudes hüperboolist $x^2 - y^2 = 1$ teha

analoogiline joonis $\sinh \alpha$, $\cosh \alpha$ ja $\tanh \alpha$ lõikude jaoks.



Pildi pealt joone leidmine ja selle joone võrrandi leidmine.

- 1) Loe sisse pilt, mis sisaldab kõverjooni, (ellipseid, parabooli või hüperbooli kaari) näiteks Tartu Kaarsilla foto või Gateway Arc St:Louis-es.
- 2) Märgi joone pealt võimalikult täpselt 5 punkti. Pane neist punktidest läbi koonuse-lõige 5 punktiga. Tulemusena saad sobiva joone võrrandi.



- 3) Otsi veel pilte huvitavate kõverjoontega.

Loe sisse fail mingite logistilise kasvuga andmetega (näiteks bakteritepopulatsioon.ggb). Lähenda saadud andmestikku logistilise kõveraga.

Selle jaoks on eestikeelses GeoGebra kask **LogistilineKõver(<Punktide loend>)** ja ingliskeelses versioonis kask **FitLogistic(<List of Points>)**

Eestikeelses versioonis on veel terve rida regressiooni puhul vajaminevaid käske:

RegressioonikõverAstme(<Punktide Loend>) RegressioonikõverEkspa(<Punktide loend>)

RegressioonikõverEkspa(<Punktide loend>) RegressioonikõverLog(<Punktide loend>)

RegressioonikõverSin(<Punktide loend>) Regressioonisirge(<Punktide loend>)

Regressioonipolünoom(<Punktide loend>, <Polünoomi aste>)

SobivaimIlmutamataKõver(<Punktide loend>, <Aste>)

RegressioonikõverLinKomb(<Punktide loend>, <Funktsioonide loend>)

RegressioonikõverLinKomb(<Punktide loend>, <Funktsioon>)

Ingliskeelses versioonis algavad vastavad käsud sõnaga Fit:

FitPow(<List of Points>) FitGrowth(<List of Points>) FitExp(<List of Points>)

FitLog(<List of Points>) FitSin(<List of Points>) FitLine(<List of Points>)

FitPoly(<List of Points>, <Degree of Polynomial>) FitImplicit(<List of Points>, <Order>)

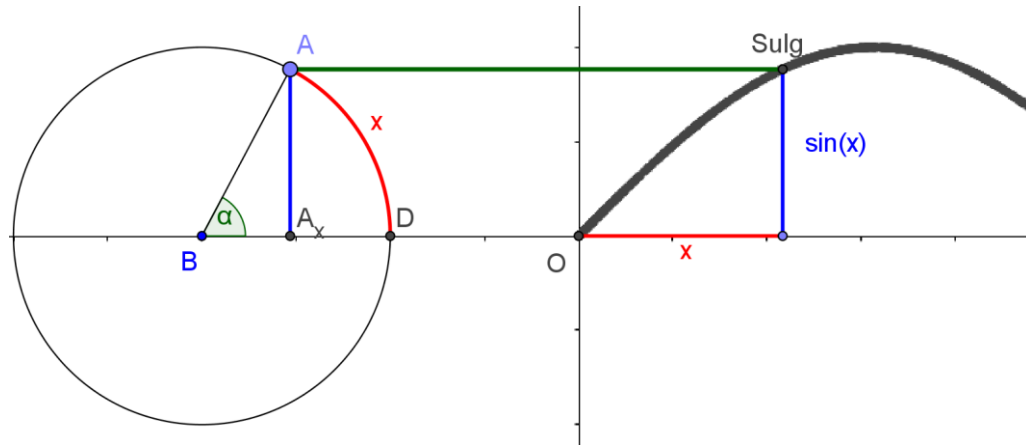
Fit(<List of Points>, <List of Functions>) Fit(<List of Points>, <Function>)

FitPoly(<Freehand Function>, <Degree of Polynomial>)

Vaadake Fit käsu kohta ka GeoGebra ingliskeelset abiinfot asukohaga

https://wiki.geogebra.org/en/Fit_Command

Siinust joonistav masin



1) Sisestame sisendreaale ühikringjoone võrrandiga $(x + 2)^2 + y^2 = 1$. Kinnitame sellele ringjoonele vabalt valitava punkti A. Selle punkti y- koordinaat hakkab meile andma siinusfunktsiooni väärtusi. Konstrueerime ka selle punkti projektsiooni x-teljel ja tähistame projektsiooni A_x . Projektsiooni konstrueerimiseks sisestame sisendreaale: $A_x = (x(A), 0)$.

2) Sisestame sisendreaalt veel punktid $B = (-2, 0)$, $D = (-1, 0)$ ja $O = (0, 0)$. Neist punktidest esimene on meie ringjoone keskpunkt, teine saab olema muutuva nurga alghaara otpunkt ja kolmas punkt on koordinaatide alguspunkt.

3) Märgime joonisele kaks lõiku – raadiuselõigu BA ja lõigu AA_x ning konstrueerime nurga DBA. Selle nurga tähistab programm α tähega. Nurga puhul näitame ainult tähist ilma väärtuseta.

4) Märgime joonisele kaare, mille keskpunkt on B ja otpunktid on D ja A. Värvime kaare punaseks. Selle kaare pikkus saab olema ühtlasi ka siinusfunktsiooni argument.

5) Järgmiseks kanname sisendrea abil joonisele siinuse jälge jätma hakkava punkti Sulg (või Y) $Sulg = (\alpha, y(A))$ ja selle punkti projektsiooni x-teljel $C = (\alpha, 0)$.

6) Ühendame punktid A ja Sulg ning O ja C sirglõikudega. Neist esimese lõigu värvime rohelisteks, aga teise punaseks. Punkti Sulg muudame jälge jätvaks punktiks. Selle punkti värv saab olema sama, mis siinusfunktsiooni graafikul.

7) Peidame üleliigsed punktide ja lõikude tähist, muudame joonise meeldivaks.

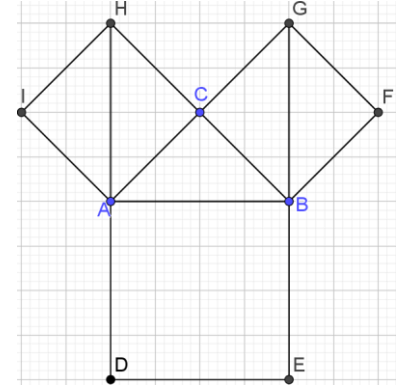
Ülesanne: Teha valmis ühikringi abil koosinusfunktsiooni joonistav masin.

Raskem ülesanne: Teha valmis ühikringi abil tangensfunktsiooni joonistav masin.

Pythagorase teoreemi Eukleidese tõestus.

Tõestame et täisnurkse võrdhaarse kolmnurga kaatetitele ehitatud ruutude pindalade summa võrdub hüpotenuusile ehitatud ruudu pindalaga.

- 1) Teeme valmis kolm liugurit: α mis muutub 0° kuni 180° sammuga 1° , β mis muutub 0° kuni 90° sammuga 1° , Lyke mis muutub 0 kuni 4 kasv 0,1.
- 2) Paneme täpselt ja liikumatult (sisendrea abil) paika esialgse võrdhaarse täisnurkse kolmnurga kolm tippu $A=(3, 5)$, $B=(7, 5)$ ja $C=(5, 7)$. Teeme kolmnurga.
- 3) Konstrueerime tööriista “korrapärane hulknurk” abil selle kolmnurga külgedele 3 ruutu. Selleks tuleb iga ruudu kaks tippu sisestada õiges järjekorras. Muudame nende ruutude äärejoone mustaks ja sisu läbipaistvaks. Joone jämedus olgu 3 punkti. Peidame ruutude tähisted.
- 4) Jaotame kaks väiksemat ruutu püstdiagonaalidega kaheks kolmnurgaks. Nii tekib 4 kolmnurka, mida hakkamegi nende tippude pööramise ja lükkamise abil liigutama:



Kolmnurga ACH tippe I ja H pöörame ümber tipu A nurga α võrra vastupäeva. Niiviisi tekivad punktid I' ja H' , mis pöörduvad 0° kuni 180° vastupäeva.

Kolmnurga BFG tippe F ja G pöörame ümber tipu B nurga α võrra päripäeva. Niiviisi tekivad punktid F' ja G' , mis pöörduvad 0° kuni 180° päripäeva.

Kolmnurga ACH tippe C ja H pöörame ümber tipu A nurga β võrra päripäeva. Niiviisi tekivad punktid C' ja H'_1 , mis pöörduvad 0° kuni 90° päripäeva.

Kolmnurga BCG tippe C ja G pöörame ümber tipu B nurga β võrra päripäeva. Niiviisi tekivad punktid C'_1 ja G'_1 , mis pöörduvad 0° kuni 90° päripäeva.

5) Teeme kolmnurgad $A'I'H'$, $B'F'G'$, ACH'_1 ja $BC'_1G'_1$. Esimesed kaks kolmnurka värvime rohelisteks, viimased kaks oranžiks. Need kolmnurgad olgu mitteläbipaistvad, joone jämedus olgu 0.

6) Nüüd tuleb teha veel kolmnurgale $BC'_1G'_1$ lüke vektoriga, mille pikkus muutub (0,0) kuni (-4,-4). Selleks kirjutame sisendreaale Lüke vektoriga. Objektiks paneme selle viimase kolmnurga, (minul tuli selle nimeks t5') ja vektoriks (-Lyke,-Lyke).

7) Nüüd tuleb veel see vahepealne kolmnurk (minul $BC'_1G'_1$ ehk t5) ära peita, ning mitteolulised punktid ära peita.