

GeoGebra VII tööjuhend

Pöördkeha ruumala määramine foto ja integraali abil

1) Pildista mõnda huvitava kujuga pöördkeha (puuvilja, napsuklaasi, vaasi, karikat, küünlajalga) külgsuunas. Ühtlasi mõõda ära pöördkeha kõrgus. Mina pildistasin pirni, kõrguse sain 8,0 cm.

2) Keera pilt niimoodi, et pöördkeha telg oleks horisontaalne. Mõne graafikaredaktori (näiteks Painti) abil jäta pildist alles ristküliku kujuline oluline osa, mille peal on pöördkeha.

3) Impordi saadud pilt GeoGebrasse ja sea see nii, et punkt A oleks y-telje peal, allpool x-telge. Jäta punkti B y-koordinaat samaks mis on punkti A y-koordinaat, aga muuda punkti B x-koordinaati nii, et pöördkeha kõrgus tegelikkuses oleks sama, mis GeoGebras oleval pildil.

4) Märki pöördkeha ülemisel serval kuni 12-13 punkti (C, D, E,...) nii, et need oleksid täpselt serva peal ja kirjeldaksid murdjoonena võimalikult hästi pöördkeha kuju.

5) Kirjuta eestikeelse GeoGebra sisendreal: **RegressioonikõverLinKomb(<Punktide loend>,<Funktsioonide loend>)**, ingliskeelse versiooni puhul aga **f(x)=Fit(<List of Points>,<List of Functions>)**, kus punktide nimekirja tuleb panna nende punktide loend, mis katavad pöördkeha ülemise serva, funktsioonide nimekirja aga **{1,x,x^2,x^3,x^4, x^5,x^6,x^7,x^8}**. Funktsioonide loend võib olla ka veidi pikem või veidi lühem, aga kõige kõrgem astendaja peab olema paarisarvuline, mina tegin ingliskeelse versiooni puhul nii:

f(x)=Fit({C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O}, {1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, x^7, x^8}).

Tulemusena arvutab GeoGebra välja vähimruutude meetodiga 8. astme ligikaudse interpolatsioonipolünoomi, mis kirjeldab antud pöördkeha kuju.

6) Teame, et kõvera $y = f(x)$ pööramise ümber x-telje rajades $x = a$ kuni $x = b$ tekkiva pöördkeha ruumala saab arvutada valemiga:

$$V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx.$$

Sisendreal kasutame seda valemit järgmisel viisil:

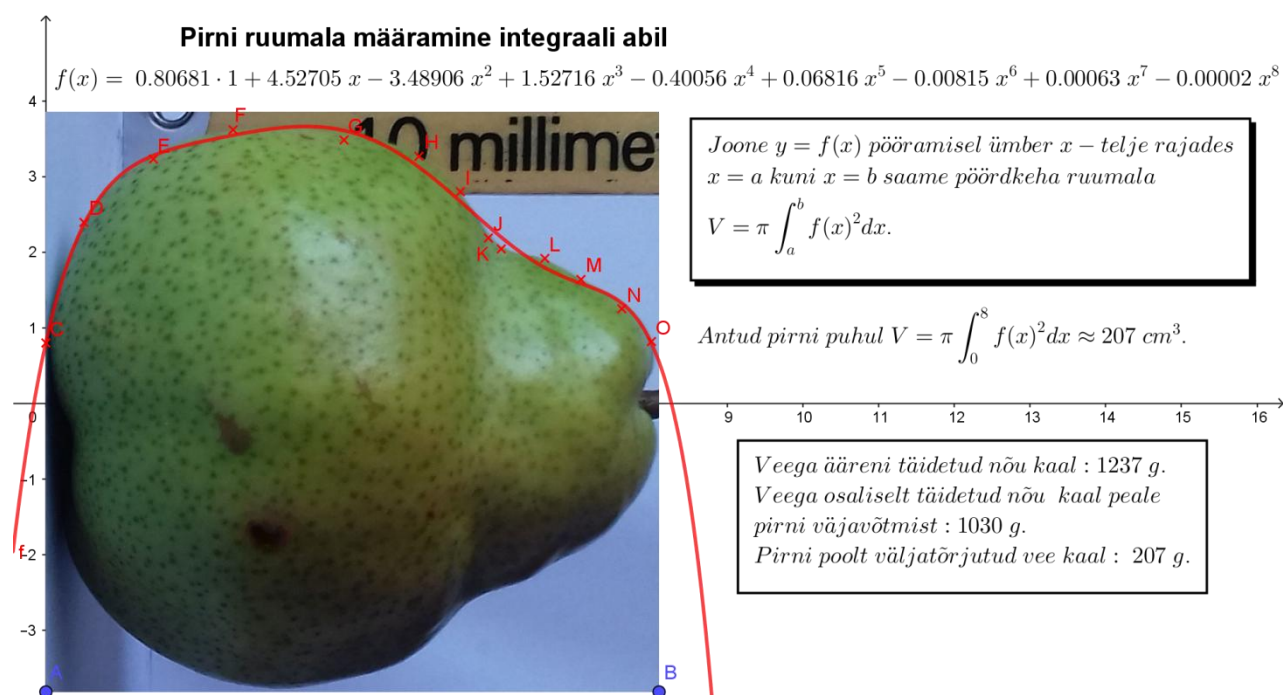
V= π *Integral(f^2, a, b).

Et mul oli pilt seatud nii, et $a = 0$ ja $b = 8$, siis sain pirni ruumala hinnanguks 206,86 cm³.

Saadud tulemuse võiks ka ära ümardada, kasutades selleks funktsiooni round().

$$V = \pi \int_a^b f(x)^2 dx \approx 206,86 \approx 207 \text{ cm}^3.$$

Kuidas seda tulemust kontrollida? Üheks võimaluseks oleks võtta mingi ääreni vett täis nõu ja uputada pirn täielikult sellele nõusse. Üle ääre voolanud vee ruumala annabki pirni ruumala. Juhul, kui uputamiskatset ei saa teha jaotistega mõõtemensuuris, siis võib sama katse teha mõne digitaalkaalu abil, arvestades, et 1 cm³ vett kaalub umbes 1 grammi.



Järgnevalt on illustreerimiseks esitatud tööjuhendis kasutatud ja uputamiskatse läbiviimisel tehtud pildid:



Pilt pirniga.jpg



Pirnipilt GeoGebra jaoks.jpg



Ääreni täis nõu kaal.jpg



Pirni uputamine.jpg



Pirnijagu vett kaotanud nõu kaal.jpg

Pirni ruumala leidmiseks on lisaks integraaliga arvutamisele ja pirni ruumala määramisele uputamiskatsega olemas ka kolmas võimalus, aga see eeldab veidi täpsemat kaalu, mida mul pole. Selleks tuleks kaaluda pirn ära ja seejärel tuleks kaaluda ära mingi fikseeritud ruumalaga pirnitükk, näiteks üks kuupsentimeeter pirni. Jagades pirni kaalu ühe kuupsentimeetri kaaluga, saamegi pirni ruumala kuupsentimeetrites. Minu poolt saadud pirni kaal 201 g kinnitab mõõtmistulemusi, sest pirni tihedus ongi veidi väiksem vee tihedusest, seega õige väike osa pirnist jääb vee peale ujuma.

Tutvuda tasuks ka alljärgneva allikaga:

<https://drive.google.com/file/d/1a5jT1AcYmrRMwn9Q5VoL8aP8-Qk7p4my/view?usp=sharing>

sealt tuleks vaadata lk 187-189, alaosa 5.6 VOLUME OF A PEAR.

Samast allikast tasuks läbi töötada ka lk 448-484 INTRODUCTION TO GEOGEBRA

