

GeoGebra IX tööjuhendite komplekt

Kõigepealt tuleks saada selgeks 3D Graafikavaates töötamise põhioskused:

Abiinfo aadressilt: https://wiki.geogebra.org/en/3D_Graphics_View

Harjutusülesanne 1. Kuubi joonistamine. Kuubi lõige tasandiga.

1) Lülitame sisse algebravaate ja 3D graafikavaate. Sisestame sisendreaale kahe punkti koordinaadid; punktid olgu $A = (0, 0, 0)$ ja $B = (4, 0, 0)$.

2) Kuubi põhjatahk toetugu xy -tasandile. Sisestame sisendreaale ka selle võrrandi: $z = 0$.

3) Konstrueerime kuubi. Selleks valime **püramiidi tööriista alt kuubi tegemise tööriista** ning seejärel valime tasandi $z = 0$ ja kaks punkti A ja B .

4) Konstrueerime tasandi, mis läbib kolme punkti K , L ja M . Selleks sisestame sisendreaale need punktid $K = (6, 0, 0)$, $L = (0, 6, 0)$ ja $M = (0, 0, 6)$. Järgmiseks valime tööriista “**tasand kolme punktiga**” ja need kolm punkti. Tulemusena peaksime saama tasandi $x + y + z = 6$.

5) Leiame meie poolt varem konstrueeritud kuubi ja viimati konstrueeritud tasandi lõike. Selleks kasutame tööriista “**kahe pinna lõikumine**” ja valime algebravaatest kuubi ning tasandi $x + y + z = 6$.

Harjutusülesanne 2: Teist järku pindade võrrandid

Lülitame sisse algebravaate ja 3D graafikavaate. Muud vaated lülitame välja. Proovime joonistada järgmisi pindu. a , b , c , p ja q olgu positiivsed täisarvud, näiteks 2 või 3.

1) Ellipsoid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 6) hüperboolne paraboloid: $z = \frac{x^2}{2p} - \frac{y^2}{2q}$

2) Ühekatteline hüperboloid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ 7) Elliptiline silinder: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

3) Kahekatteline hüperboloid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$

4) Teist järku koonus: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ 8) Hüperboolne silinder: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

5) Elliptiline paraboloid: $z = \frac{x^2}{2p} + \frac{y^2}{2q}$ 9) Paraboolne silinder: $y^2 = 2px$

Harjutusülesanne 3: Kera ja tasandi lõikejoon.

Sisestame kera $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ ja tasandi $12x + 15y + 20z = 60$ võrrandid ja leiame nende lõikejoone.

Huvitavam ülesanne – milline oleks kahe silindri (näiteks kahe ühesuguse jämedusega toru) lõige, kui need torud ristuvad.

Harjutusülesanne 4: Lihtsa kuubi pinnalaotuse tegemine

Kõigepealt teeme kuubi. Kui kuup on valmis, siis sellele rakendame sisendreal käsku:

Pinnalaotus[<Hulktahukas>, <Arv>].

Hulktahuka kohale kirjutame hulktahuka nime, arvu kohale teeme liuguri, mille väärtus muutub lõigus $[0; 1]$ väikese sammuga (näiteks 0,05). Tulemusena saame 2D graafikaaknas muuta liugurit ja 3D graafikaaknas laotame pinnalaotuse kas lahti või kuubiks kokku. Kuubi asemel võime teha ka mõne muu korrapärase hulktahuka (kaheksatahuka, kaksteisttahuka, kakskümmendtahuka) ja selle pinnalaotuse.

Harjutusülesanne 5: Pinnad parameetriliste võrrandite abil

Ühel pinnal võivad olla mitmed erinevad parameetrilised võrrandid. Neid leiab sealt:

<https://mathcurve.com/surfaces.gb/surfaces.shtml>

Pinnad ja hulktahukad:

<https://mathworld.wolfram.com/topics/SolidGeometry.html>

Muutuvaks parameetrik on siin tihtipeale nurgad:

$$\text{Sfäär: } \begin{cases} x = r \cos \varphi \sin \alpha, \\ y = r \sin \varphi \sin \alpha, \\ z = r \cos \alpha, \end{cases} \text{ kus } \alpha \in [0, \pi] \text{ ja } \varphi \in [0, 2\pi]. \quad \text{Toor: } \begin{cases} x = (R + r \cos \alpha) \cos \varphi, \\ y = (R + r \cos \alpha) \sin \varphi, \\ z = R \sin \alpha, \end{cases} \text{ kus } \varphi \in [0, 2\pi] \text{ ja } \alpha \in [0; 2\pi].$$

$$\text{Möbiuse leht: } \begin{cases} x = \left(1 + \frac{v}{2} \cos \frac{u}{2}\right) \cos u \\ y = \left(1 + \frac{v}{2} \cos \frac{u}{2}\right) \sin u \\ z = \frac{v}{2} \sin \frac{u}{2}, \end{cases} \text{ kus } u \in [0; 2\pi] \text{ ja } 1 \geq v \geq -1$$

$$\text{Hüperboolne paraboloid: } \begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = uv \end{cases}$$

$$\text{Elliptiline paraboloid: } \begin{cases} x = a \cdot \sqrt{u} \cos v, \text{ kus } a > 0 \\ y = b \cdot \sqrt{u} \sin v, \text{ kus } b > 0 \\ z = u, \text{ kus } u \in [0; h], v \in [0; 2\pi] \end{cases}$$

$$\text{Ühekatteline hüperboloid: } \begin{cases} x = a \cdot \sqrt{1 + u^2} \cos v, \text{ kus } a > 0 \\ y = b \cdot \sqrt{1 + u^2} \sin v, \text{ kus } b > 0 \\ z = cu, \text{ kus } u \in [0; h], v \in [0; 2\pi] \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = a \cdot (\cos u - v \sin u) \\ y = b \cdot (\sin u + v \cos u) \\ z = \pm cv. \end{cases} \quad \begin{cases} x = a \cdot \cosh u \cdot \cos v \\ y = b \cdot \cosh u \cdot \sin v \\ z = c \cdot \sinh u \end{cases} \quad \begin{cases} x = a \frac{\cos(u+v)}{\cos(u-v)} \\ y = b \frac{\sin(u+v)}{\cos(u-v)} \\ z = c \cdot \tan(u - v) \end{cases}$$

Abistav süntaks siin:

Pind[<Avaldis>, <Avaldis>, <Avaldis>, <Parameeter 1>, <Algväärtus>, <Lõppväärtus>, <Parameeter 2>, <Algväärtus>, <Lõppväärtus>]