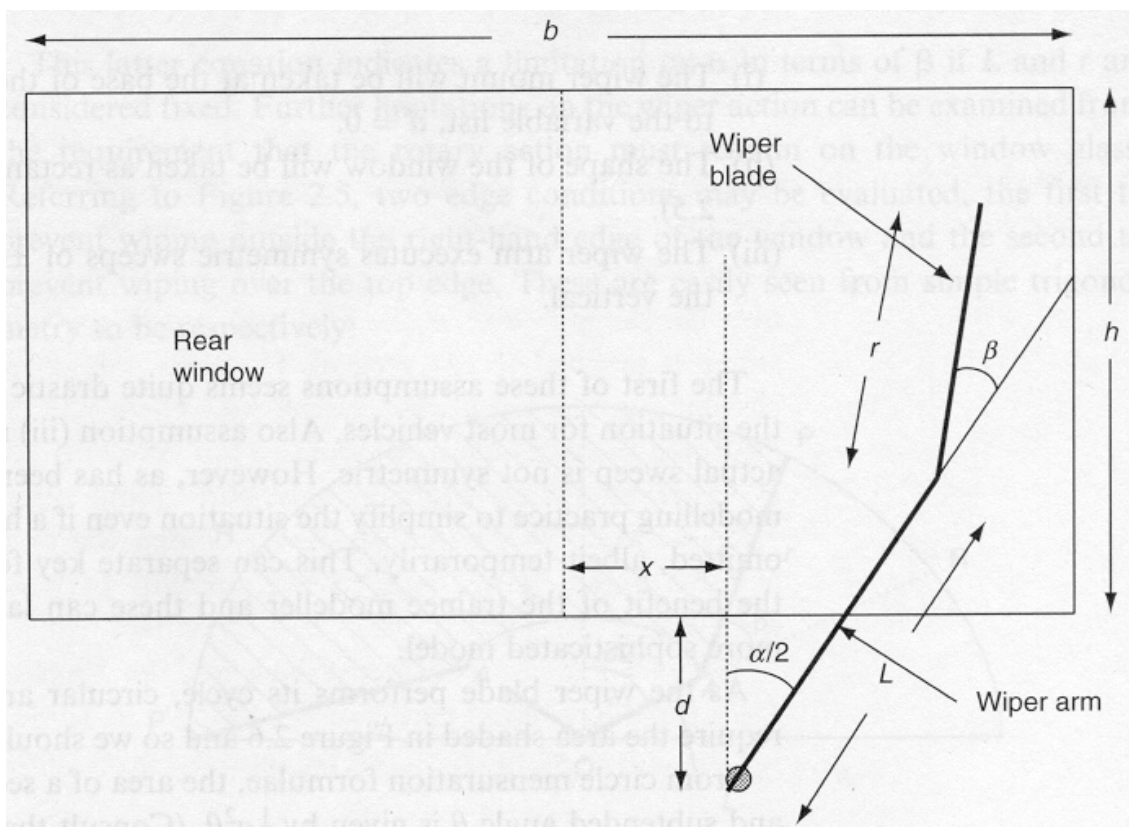


## Tagaakna kojamees

Auto tagumisel aknal kõrgusega  $h$  ja laiusega  $b$  on kojamees. Kojamehe klaasipuhastaja pikkus on  $r$ , kojamehe varre pikkus on  $L$ . Kojamees pöörleb nurga  $\alpha$  võrra ümber kinnituspunkti, klaasipuhastaja on kinnitatud varre külge nurga  $\beta$  all. Eesmärgiks on võrrelda erinevaid kojamehi ja anda hinnanguid selle kohta, missugused peaksid olema kojamehe mõõtmed, pöördenurk jms olulised parameetrid.

Olukorda kirjeldav joonis:



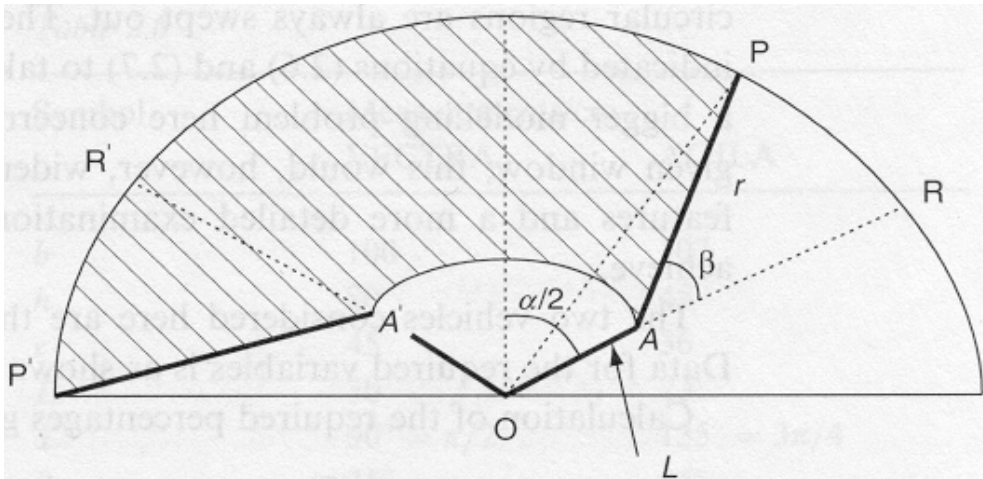
Parameetrid:

- (\* akna laius  $b$  (cm) \*)
- (\* akna kõrgus  $h$  (cm) \*)
- (\* akna pindala  $S = b h$  (cm<sup>2</sup>) \*)
- (\* klaasipuhastaja kummi pikkus  $r$  (cm) \*)
- (\* klaasipuhastaja varre pikkus  $L$  (cm) \*)
- (\* pöördenurk  $\alpha$  (Degree) \*)
- (\* nurk varre ja kojamehe vahel  $\beta$  (Degree) \*)
- (\* kinnituspunkti kaugus akna altservast  $d$  (cm) \*)
- (\* kinnituspunkti kaugus akna vertikaalteljest  $x$  (cm) \*)
- (\* kojamehe poolt puhastatava ala pindala  $A$  (cm<sup>2</sup>) \*)

## Mudelit lihtsustavad tingimused:

- (\* akna kuju loeme ristkülikuks \*)
- (\* kinnituspunkti loeme akna allservas asuvaks  $d = 0$  \*)
- (\* pöördenurk olgu sümmeetriline vertikaaltelje suhtes, seega kojamehe vars liikugu ümber vertikaaltelje nurga  $\pm \frac{\alpha}{2}$  võrra \*)

## Lihtsustatud mudelit kirjeldav joonis:



Kui sektori raadius on  $a$  ja nurk on  $\gamma$ , siis sektori pindala saab arvutada valemi  $S = \frac{1}{2} a^2 \gamma$  abil.

Leida tuleb joonisel kujutatud viirutatud kujundi  $APP'A'$  pindala, mida tähistame  $A$ -ga.

Piirkonda  $APR$  klaasipuhastaja ei puhasta. Selle piirkonna pindala on võrdne piirkonna  $A'P'R'$  pindalaga.

Seega võrdub kujundi  $APP'A'$  pindala kujundi  $ARR'A'$  pindalaga. Viimase kujundi pindala on aga esitatav kahe sektori vahena:

$$A = \frac{1}{2} (OP^2) \alpha - \frac{1}{2} (OA^2) \alpha.$$

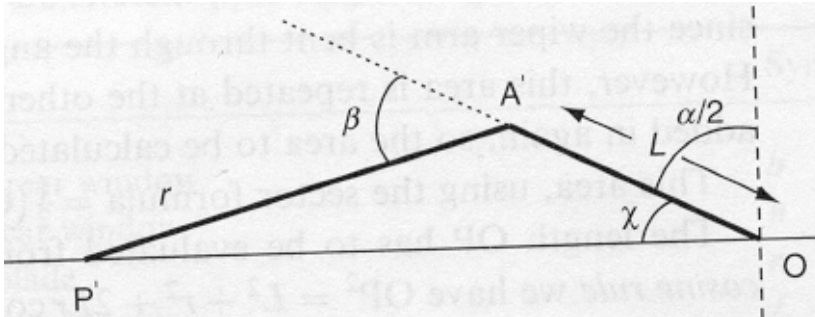
Lõigu  $OP$  pikkuse saame määrata kolmnurgast  $OAP$  koosinusteoreemi abil:

$$OP^2 = L^2 + r^2 + 2 L r \cos(\beta).$$

Asendades  $OA = L$  ja lihtsustades avaldist saame:

$$A := \left( \frac{\alpha}{2} \right) r (r + 2 L \cos[\beta])$$

Saadud tulemuse puhul peab arvestama veel teatavate piiravate tingimustega. Akna mõõtmed on ju piiratud, kojamees peab kogu oma ulatuses akna peale jääma. Vaatleme piirjuhtumit, kus kojamehe ülemine ots ulatub akna alumise servani:



Kolmnurgast  $OA'P'$  saame siinusteoreemi põhjal, et  $\frac{r}{\sin(\chi)} = \frac{L}{\sin(\beta - \chi)}$ .

Kasutades seost  $\chi = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2}$  ning viies nurgad üle  $\frac{\alpha}{2}$  peale, saame

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{L + r \cos(\beta)}{r \sin(\beta)}.$$

$$\text{Pooltangens} := \frac{L + r \cos[\beta]}{r \sin[\beta]}$$

Viimane valem annab piirid nurga  $\alpha$  jaoks, kui suurused  $L$ ,  $r$  ja  $\beta$  on antud.

Kojamehe ülemine ots ei tohi ulatuda ei üle akna parema ääre ega üle akna ülemise serva.

Need tingimused saab trigonomeetriliselt esitada järgmisel kujul:

$$x + L \sin\left[\frac{\alpha}{2}\right] + r \cos\left[\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} + \beta\right] \leq \frac{b}{2}$$

ja

$$L \cos\left[\frac{\alpha}{2}\right] + r \sin\left[\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} + \beta\right] - d \leq \frac{h}{2}$$

**Vauxhall Vectra juhtum:**

$$b = 100; \quad h = 80; \quad r = 45; \quad L = 30;$$

$$\alpha = 90 \text{ Degree}; \quad \beta = 35 \text{ Degree}; \quad x = 20;$$

Puhastatava ala pindala:

$$\mathbf{AVectra} = \mathbf{N[A]}$$

$$3327.5$$

Puhastatava ala protsentuaalne osakaal akna pindalast:

$$\mathbf{ProtsVectra} = \frac{\mathbf{N[A]}}{b * h} * 100$$

$$41.5938$$

**Vauxhall Agila juhtum:**

**b = 107; h = 45; r = 36; L = 23;**  
 **$\alpha = 135$  Degree;  $\beta = 35$  Degree;  $x = 10$ ;**

Puhastatava ala pindala:

$$\mathbf{AAgila = N[A]}$$

3124.92

Puhastatava ala protsentuaalne osakaal akna pindalast:

$$\mathbf{ProtsAgila = \frac{N[A]}{b * h} * 100}$$

64.8997

**Kia Pregio juhtum (kojamehe nurk ja x negatiivsed, seega rakendame peegelpilti):**

**b = 127; h = 55; r = 46; L = 18;**  
 **$\alpha = 118$  Degree;  $\beta = 42$  Degree;  $x = 11$ ;**

Puhastatava ala pindala:

$$\mathbf{APregio = N[A]}$$

3446.19

Puhastatava ala protsentuaalne osakaal akna pindalast:

$$\mathbf{ProtsPregio = \frac{N[A]}{b * h} * 100}$$

49.337

**Nurga optimaalsest suurusest**

$$\mathbf{Pooltangens := \frac{L + r \text{Cos}[\beta]}{r \text{Sin}[\beta]}}$$

**Andmed Vauxhall Vectra jaoks:**

**b = 100; h = 80; r = 45; L = 30;**  
 **$\alpha = 90$  Degree;  $\beta = 35$  Degree;  $x = 20$ ;**

$$\mathbf{N[Pooltangens]}$$

2.59045

$$\mathbf{2 * \text{ArcTan}[N[Pooltangens]] * 180 / \text{Pi}}$$

137.783

**Andmed Vauxhall Agila jaoks:**

**b = 107; h = 45; r = 36; L = 23;**  
 **$\alpha = 135$  Degree;  $\beta = 35$  Degree; x = 10;**

**N[Pooltangens]**

2.54202

**2 \* ArcTan [N[Pooltangens] ] \* 180 / Pi**

137.052

**Andmed Kia Pregio jaoks:**

**b = 127; h = 55; r = 46; L = 18;**  
 **$\alpha = 118$  Degree;  $\beta = 42$  Degree; x = 11;**

**N[Pooltangens]**

1.69541

**2 \* ArcTan [N[Pooltangens] ] \* 180 / Pi**

118.933

**Edasised täiustused**

Aknad on enamasti trapetsikujulised, seega tuleks arvestada ka sellega. Varieerida kojameeste pikkust, varieerida varre pikkust.

**Järgmine probleem.**

Auto esiaknal on kaks kojameest. Leida kojameeste poolt kaks korda kaetud piirkonna pindala. Millal see pindala on vähim?