

KUI TEEPIKKUSI MÕÕDETAkse PAAGITÄITEGA

Kui meil on üks täispaagiga auto, millel varukanistrit ei ole, siis saame selle autoga sõita ühe paagitäie kaugusele. Seega võime me mõõta teepikkusi ka paagitäites.

Kui meil on lähtekohas kaks ühesugust täispaagiga, aga ilma varukanistrita autot ja meil on ka pump, millega saame kütust tee peal ühe auto paagist teise auto paaki ümber pumbata, siis me saame ühe autoga kahest sõita lausa pooleteise paagitäie kaugusele lähtekohast. Selleks tuleb mõlema autoga koos sõita poole paagitäie kaugusele ja seal pumbata ühe auto paagis allesolev pool paagitäit kütust teise auto paaki; jätta tühjakspumbatud paagiga auto tee äärde ning sõita teise, nüüd jälle täispaagiga autoga veel ühe paagitäie võrra edasi.

Järgnevate ülesannete puhul eeldame, et igas autos on pump, millega saame kütust ühe auto paagist teise auto paaki ümber pumbata. Üheski autos ei ole varukanistrit. Tanklaid ja muid kütuse juurdehankimisvõimalusi (peale paakidest ümberpumpamise) ei ole. Iga ülesande alguses on kõigi autode paagid täis.

ÜI 1. Kui kaugemale lähtekohast võib jõuda kolme autoga, jättes kaks autot tee peale? Kui kaugel lähtekohast tuleks need autod maha jätta?

ÜI 2. Oaasis on arst, kes on tarvis vedada läbi kõrbe ühe paagitäie kaugusel elava patsiendi juurde ja tuua ta sealt tagasi. Kui mitut autot läheb selleks tarvis? Kuidas tuleks korraldada see reis?

ÜI 3. Oaasis on diplomaat, kes on vaja vedada läbi kõrbe kahe paagitäie kaugusel asuvasse linna. Oaasis on ka palju ühesuguseid (ilma varukanistrita aga täispaagiga) autosid. Milline on vähim autode arv, mida läheb tarvis sellesse linna jõudmiseks? Kirjelda, kuidas tuleks see reis korraldada.

ÜI 4. Ümber järve viib tee, mis on kolm paagitäit pikk. Tee ääres on turismibaas, milles on 12 ühesugust autot. Turismibaasis olev miljonärist turist tahab sõita ümber järve ja tulla turismibaasi tagasi, Leia vähim autode arv, mille abil saab ta selle sõidu tehtud. Kirjelda, kuidas miljonär peaks planeerima oma reisi, et ta saaks selle arvu autodega ümber järve sõidetud.

Vastused:

ÜI 1. Kolme autoga jõuab $\frac{11}{6}$ paagitäie kaugusele. Esimene auto tuleb maha jätta ühe kolmandiku paagitäie kaugusel lähtepunktist ja selle auto kütus tuleb siis võrdselt jagada kahe ülejäänud auto vahel. Teine kütuse ümberpumpamise koht võiks olla esimesest kohast poole paagitäie kaugusel ja seal tuleb kogu teise auto kütus pumbata kolmandasse autosse. Kolmas auto saab peale teist ümbertankimist läbida veel ühe paagitäie pikkuse vahemaa. Seega kokku $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{11}{6}$.

ÜI 2. Piisab kolmest autost. Kõigi kolme autoga sõidame poole paagitäie kaugusele. Seal jätame esimese auto seisma selleks, et sellega pärast oasi tagasi sõita. Teise auto kütuse pumpame kolmandasse autosse ja jätame tühja paagiga tee äärde. Kolmas auto käib ära patsiendi juures ja jõuab tühjaks saava paagiga tagasi sinna, kus esimene ja teine auto seisavad. Seejärel viib esimene auto arsti tagasi oasi.

ÜI 3. Kahe paagitäie kaugusele jõudmiseks piisab 4 autost. Esimese ümberpumpamine võiks teha ühe neljandiku paagitäie kaugusel oasist. Seal tuleks esimese auto kütus jagada võrdselt kolme ülejäänud auto vahel ja see auto tee äärde jätta. Teine ümberpumpamise koht võiks olla esimesest ühe kolmandiku paagitäie kaugusel; seal jaotatakse teise auto kütus võrdselt kolmanda ja neljanda auto vahel ning jäetakse teine auto maha. Kolmas ümberpumpamise koht võiks olla teisest kohast poole paagitäie kaugusel. Seal pumbatakse kogu kütus kolmanda auto paagist neljanda auto paaki ja viimane jõuab linna. Kokku suudetakse 4 autoga läbida $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{25}{12}$ paagitäie pikkune vahemaa, seega peaks linna jõudes viimase auto paagis olema $\frac{1}{12}$ paagitäit kütust järel. Et veidi kütust jäi järele, siis on kütuse ümberpumpamise kohtade jaoks ja ümberpumbatavate koguste jaoks veel muid võimalusi, aga neil juhtudel jääb kütust vähem järele.

ÜI 4. Selleks, et sõita ümber järve, piisab 7 autost. Üks võimalus on selline, et ühes suunas hakkab ümber järve sõitma 5 autot ja teises suunas hakkab neile vastu sõitma 2 autot. Nende viie autoga läheb kaasa ka miljonär. Esimene ümberpumpamise koht tehakse $\frac{1}{5}$ paagitäie kaugusele turismibaasist; seal jaotatakse esimese tee äärde jäetava auto kütus nelja ülejäänud vahel. Edasi sõidetakse nelja autoga. Järgmine ümberpumpamise koht tehakse $\frac{1}{4}$ paagitäie kaugusele eelmisest ümberpumpamise kohast; seal jäetakse teine auto tee äärde ja selle kütus pumbatakse kolme autosse, mis jätkavad sõitu täispaagiga. Kolmas ümberpumpamise koht tehakse teisest kohast $\frac{1}{3}$ paagitäie kaugusele, seal jäetakse kolmas auto tee äärde ning selle kütus pumbatakse kahte täispaagiga edasi sõitvasse autosse. Neljas ümberpumpamise koht tehakse kolmandast kohast $\frac{1}{2}$ paagitäie kaugusele, seal jäetakse neljas auto tee äärde ning selle kütus pumbatakse viiendasse autosse, mis saab sõita veel terve paagitäie võrra edasi. Niiviisi suudavad need viis autot läbida maa, mis võrdub $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 = 2\frac{17}{60}$ paagitäie pikkusega. Ülejäänud 2 autot sõidavad neile vastu. Kuues auto jääb seisma $\frac{3}{4}$ paagitäie kaugusel turismibaasist, seitsmes auto aga $\frac{1}{2}$ paagitäie kaugusel turismibaasist. Siis kui viies auto kohtub kuuendaga, on selle paagis järel $\frac{1}{30}$ paagitäit kütust. See kütus pumbatakse kuuendasse autosse ja viies auto jäetakse teele. Kuues auto liigub tagasi seitsmenda auto juurde. Kui need autod kohtuvad, siis pumbatakse kuuenda auto kütus seitsmenda auto paaki ja kuues auto jäetakse tee äärde. Nüüd asub seitsmes auto tagasiteele.

Kui seitsmes auto jõuab turismibaasi, siis peaks $\frac{1}{30}$ paagitäit kütust alles olema.

Kokku võttes saab seitsme autoga niiviisi läbida $2\frac{17}{60} + \frac{3}{4} = 3\frac{1}{30}$ paagitäiele vastava vahemaa.

Aga teine lahendus on veel. Selle puhul hakkavad koos miljonäri ümber järve sõitma 4 autot ja vastassuunas sõitma 3 autot. Esimene ümberpumpamise koht tehakse $\frac{1}{4}$ paagitäie kaugusele turismibaasist; seal jaotatakse esimese tee äärde jäetava auto kütus kolme ülejäänu vahel. Edasi sõidetakse kolme autoga. Järgmine ümberpumpamise koht tehakse $\frac{1}{3}$ paagitäie kaugusele eelmisest ümberpumpamise kohast; seal jäetakse teine auto tee äärde ja tema kütus pumbatakse kahte autosse, mis jätkavad sõitu täispaagiga. Kolmas ümberpumpamise koht tehakse teisest kohast $\frac{1}{2}$ paagitäie kaugusele; seal jäetakse kolmas auto tee äärde ning selle kütus pumbatakse neljandasse autosse, mis saab sõita veel terve paagitäie võrra edasi. Seega saab nende nelja autoga läbida $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 = 2\frac{1}{12}$ paagitäie pikkuse vahemaa. Vastupidi ümber järve sõitvad autod sõidavad kolmekesi koos poole paagitäie kaugusele, seal pumbatakse kogu kütus viienda auto paagist kuuenda auto paaki, jäetakse viies auto tee äärde ning seitsmes auto ootama tagasipöördumist. Kuues auto liigub nüüd täispaagiga veel poole paagitäie võrra edasi ja jääb ühe paagitäie kaugusel turismibaasist ootama miljonäri saabumist. Kui miljonär saabub, siis pumbatakse neljanda auto paagis olev $\frac{1}{12}$ paagitäit kütust kuuendasse autosse ning jäetakse neljas auto tee äärde. Seejärel asub kuues auto tagasiteele. Kohtudes seitsmenda autoga pumbatakse alles jäänud $\frac{1}{12}$ paagitäit kütust seitsmendasse autosse ja jäetakse kuues auto tee äärde. Kui seitsmes auto jõuab tagasi turismibaasi, siis peaks selle auto paagis olema $\frac{1}{12}$ paagitäit kütust alles. Teise lahenduskäigu puhul saab seitsme autoga läbida $2\frac{1}{12} + 1 = 3\frac{1}{12}$ paagitäiele vastava vahemaa. Seega on antud ülesandel kaks peaaegu et samaväärset lahendust (5; 2) ja (4; 3). Kui neid lahendusi võrrelda, siis tuleks veidi paremaks lugeda selle lahenduse, mille puhul saab läbida pikema vahemaa.