Sissejuhatus erialasse

1. Füüsika kui teadus

1.1 Mida uurib füüsika?

Füüsika kui teadus.

Teadus – tegevus(ala), mille eesmärk on uute, tunnetuslikult ja praktiliselt oluliste teadmiste saamine ja rakendamine ning juba olemasolevate teadmiste töötlemine, kasutamine ja säilitamine.

Teadus – tõsikindlate (usaldusväärsete), loogiliselt mittevasturääkivate teadmiste ajalooliselt arenev süsteem, mis hõlmab ühiskonna, looduse ja mõtlemise seadused.

Mida uurib füüsika?

Füüsika – loodusteadus, mis uurib kõigi mateeria vormide liikumise ja vastastikuste seoste üldisemaid ja põhilisimaid seaduspärasusi. Füüsika on täppisteadus – nii füüsika põhimeetod - teoreetiliselt põhjendatud eksperiment - kui ka teooria rajaneb matemaatilisel alusel.

Füüsika uurimisobjektid, uurimisaine – tegelikkuse need küljed, nähtused, mateeria omadused, seaduspärad, mida füüsika on aja jooksul uurima hakanud.

Kuidas see uurimisobjekt on kujunenud?

Füüsikalised kehad – kivid, puud, inimesed, õhk, veehulgad, valgus... – liiguvad või on üksteise suhtes paigal. Füüsika uurib seaduspärasusi, mis ilmnevad sõltumata sellest, kas tegemist on elusa või eluta kehaga.

Mehaanika – õpetus seaduspärasustest, millele allub füüsikaliste kehade (tahked, vedelad, gaasilised) liikumine ja suhteline tasakaal. Mehaanika on üks vanemaid füüsika osasid. Tänapäeva mõistes sai füüsika teaduseks 17.sajandil. Alusepanijad – Galilei, Newton (klassikalise mehaanika alused). Mehaanilise liikumise erijuht – hääle levimine kui mehaaniliste võnkumiste levimine – seda uurib *akustika*, millele pani aluse juba Pythagoras Vana-Kreekas.
Raskusnähtuste uurimine on samuti saanud alguse antiikajal. Teaduseks kujunes 17.sajandil. Alusepanijad – Kopernik (taevakehade liikumise uurimine), Newton – gravitatsiooniseaduse formuleerimine.
Valgusnähtused. Antiikajal uuriti peegeldumist, 16.sajandil loodi geomeetrilise optika alused (uurib valguse levikut, peegeldumist, murdumist). 17.-19. sajandil arendati välja füüsikaline optika– õpetus valguse olemusest (laineline, korpuskulaarne olemus).
Soojusnähtused. Selles osas uuritakse kehade paisumist, üleminekuid ühest olekust teise. Soojuse olemuse uurimine, temperatuuride mõõtmine, soojuslike protsesside olemuse selgitamine kui uurimisobjekt arendati välja põhiliselt 19.sajandiks. Võib öelda, siis oli loodud *termodünaamika* – õpetus füüsikalistes kehades toimuvatest soojusnähtustest (ainesiseseid muutusi ja nähtusi ei uurita).

Elektri- ja magnetnähtused on eelnevatest mõneti erinevad – inimesel puuduvad nende otseseks tajumiseks meeleelundid. Alguse sai nende nähtuste uurimine antiikajal (staatiline elekter, välk). 18.sajandi lõpuks-19.sajandi alguses pandi alus elektri- ja magnetismi uurimiseks. 1860.ndatel lõi Maxwell, tuginedes Faraday katsetele, elektromagnetismi teooria, mis ühendas enda alla nii elektri- kui magnetismi-, aga ka valgusnähtused.
Algainete olemasolu on üritatud analüüsida antiikajast alates– *atomistika* loojaks võime lugeda Leukippose ja Demokritose (aatom – aine jagamatu algosake). Faraday püstitas idee elektronist kui jagamatust laengust.
19.sajandi keskpaigas loodi ka gaaside molekulaarkineetiline teooria – statistiline füüsika.

Seega, umbes 19.sajandi keskpaigaks olid olemas kõik füüsika algosad, klassikaline füüsika.

Klassikalise füüsika uurimiaine

Mis kujunes 19.sajandi füüsika uurimisobjektiks üldises mõttes?
Füüsikat iseloomustavad universaalsus ja fundamentaalsus – väga üldise kategooria alla käivad kehad (uurimisobjektid). Seega oli 19.sajandiks kujunenud välja *füüsika* kui teadus looduse kõige üldisematest ja põhilisematest omadustest, nähtustest, struktuuridest ja seaduspärasustest.
Struktuurid – näit. ained, kehad, aatomid. *Liikumisvormid* – mehaaniline liikumine, aatomite soojusliikumine, elektromagnetismi ilmingud. *Vastasmõjud* – gravitatsioon, elektromagnetiline vastasmõju. See moodustas klassikalise füüsika uurimisaine. Uurimisobjektideks on ka ruum ja aeg. Selleks ajaks oli füüsika kõige suurema ja laiema uurimisainesega.

Kaasaegse füüsika uurimisaine

20.sajandi algusest – väga suurte kiiruste füüsika – erirelatiivsusteooria (1905). Ruumi ja aja uurimine – üldrelatiivsusteooria (1916). Erirelatiivsusteooria tõi klassikalisele mehaanikale juurde parandused.
19.sajandi lõpust oli mateeria eriliigiks ka väli kui mõjusid vahendav mateeria (reaalsus).
20.sajandi algus – kvantfüüsika teke. Kvandi ehk footoni idee (1905), vähimate osakeste idee. Aatomite ehituse uurimise algus.
1913-1931 – kvantmehaanika väljaarendamine.
20.sajandil on avastatud veel kaks välja vastasmõju – nõrk ja tugev vastasmõju.
Teisalt on omaette uurimisvaldkond väga suurte kehade või väga suurte mastaapide valdkond – galaktikad, galakitkaparved, Universumi struktuur ja algus. Ka antiikajal oli uurimisharu – kosmoloogia – olemas, mis uuris Universumi olemust, kuid tänapäevaks on uurimisobjektide arv väga palju kasvanud.

Juurde on lisandunud palju piirialasid – biofüüsika, keemiline füüsika.

1.2. Mõningaid (loodus)teaduses ja füüsikas olulisemaid sündmusi.

NB! Kõik aastaarvud pole täpsed. Mõned sündmused jäävad mingisse ajavahemikku.

3000 e.m.a. - aasta pikkuse määramine 360 päeva Niiluse üleujutuste ja
Siiriuse tõusu järgi (Egiptus)

1100 e.m.a. – Maa ekvaatori ja ekliptika vahelise nurga – 23^{o} 54’ määramine
(Hiina, Chu Kong)
600 e.m.a. – Päikesevarjutuse ennustamine (Vana-Kreeka, Thales)
550 e.m.a. – Maailma lõpmatuse idee (Anaximandros)
Maailm koosneb aatomitest (Demokritos)
580-500 e.m.a. – Pythagoras (matemaatika)
450 e.m.a. – Tähtede ainelisuse oletamine; oletus, et Kuu peegeldab
Päikese valgust (Anaxagoras)
400 e.m.a. - filosoofia ja formaalloogika areng (ka neg.arv), maailma
lõplikkuse idee (Sokrates, Platon, Aristoteles)
350 e.m.a. – Maakera pöörlemise idee (Herakleides)
284-212 e.m.a. – Archimedes – kõrgema matemaatika areng, teoreetiline
mehaanika, sõjamasinad, kruvipump, hüdrostaatika seadus
200 e.m.a – Hammasülekannet kasutav hobujõul töötav veetõstuk,
Eukleides, Ptolemaios
Mehaanika õpik (Phicon)
100 e.m.a. – Vesiratas ajamina, tuuleajamina hüdrauliline orel, süstal,
pump, auruturbiin (Heron)
0 – Käsikäru Hiinas
150 – Geotsentriline maailmasüsteem, valguskiirte murdumise uurimine
(Ptolemaios), paberi leiutamine Hiinas
300 – alkeemikute katsed, vesiveskite levik
500 – Roomas suleti viimane filosoofia kool. Puitklotsidega trükkimine
Hiinas
600 – Samarkandis esimene observatoorium
700 – Vänt, veekell jõudis Euroopasse, staatika areng (kaalumine), erikaal
800 – hoburakendi kasutuselevõtt Euroopas
900 – rataskellad Kesk-Euroopas, vanutusveski
1000 – Tõusu mõõnaveski, veejõul töötav sepavasar, laevakompass Hiinas
1100 – Kompass, paber, klass, vokk, püsttiivikuga veski Euroopas
1200 – pedaaliga treipink, paberi- ja saeveskid. Keskmise ja hetkkiiruse
mõisted. Empirism – Roger Bacon
1300 – Spindelregulaatoriga mehaaniline kell
1400 – Esimene trükitud raamat (1409, Korea), vedrukell, Guternbergi piibel
1500 – ühendatud anumad
1543 – Heliotsentrilise maailmasüsteemi teooria (M. Kopernik)
1564-1642 – G.Galilei – Jupiteri kaaslased, teleskoop, Koperniku ideede
levik, kehade langemise teooria, inertsi uurimine, Veenuse faasid
1600 – Magneetikud Maa magnetväljas (W-.Gilbert)
1609 – Kepleri (1571-1630) seadused
1619 – Kiirte käik läätses, silma ehitus
Elavhõbedabaromeeter (E.Torricelli (1608-1647))
1620 – Valguse murdumise seadus (W.Snellius, R.Descartes)
Arutlus meetodist, fatalism, katse sõnastade impulsi jäävuse seadust
(R.Descartes (1596-1650)),
Isohoorilised protsessid – PV=const (Boyle-Mariotte’i seadus), Pascal
1660 – Valguse difraktsiooni ja interferentsi avastamine (F.M. Grimaldi)
1666 – Valguse dispersiooni avastamine (I.Newton (1642-1727))
1675 – Valguse korpuskulaarteooria (Newton)
1676 – Valguse kiiruse arvutamine (O.Römer)

1687 – Klassikalise mehaanika põhiseadused, grav.seadus (Newton)
1690 – Valguse laineteooria (C. Huygens (1629-1695))
1728 – Tähtede omaliikumise põhjendamine (E.Halley)
Mehaanika, tahke keha mehaanika (L. Euler (1707-1783), J.L. Lagrange (1736-1813))
Soojuse molekulaar-kineetiline teooria (M.Lomonossov (1711-1765))
Piksevarras, välgu uurimine (B.Franklin), Leideni purk, lähi- ja kaugmõju uurimine – elektri ja magnetismi teooria. Induktsiooninähtuste avastamine (Epiures)
1755 – Hüpotees Päikesesüsteemi tekkimisest gaasipilve kokkutõmbumisel (I.Kant)
Erisoojuse mõiste ja uurimine
1784 – Universaalne aurumasin
1785 – Elektrostaatika põhiseadus, magnetismi alased tööd (C.A. Coulomb (1736-1806))
Laineoptika rajamine, valguse ristlainelisus, kaksikmurdumine (A.Fresnel (1788-1827)). Vähima mõju printsiip (Lagrange)
1800 – Galvaanielement (A.Volta)
1805-1808 – Gay-Lussaci seadus.
Valguse interferentsi ja difraktsiooni uurimine laineteooria alusel. Valguse lainepikkuse mõõtmine. (Th. Young (1773-1829))
Avogadro seadus
1820 – Hüpotees, et magnetism on tingitud molekulaarvooludest (A.M. Ampere)
1824-26 – Elektromagnetismi matemaatiliselt põhjendatud teooria (A.M. Ampere (1775-1836))
1824 – Termodünaamika II printsiip (N.L.S. Carnot, R. Clausius, W. Thomson)
1826 – Ohmi seadus suletud vooluringi kohta (G.S. Ohm (1727-1867))
1831 – Elektromagnetilise induktsiooni avastamine (M. Faraday (1791- 1867))
1832- Elektromagnetiline telegraafiaparaat
1834 – Elektrijaam
1839 – Fotograafia tekkimine
1842 – Energia jäävuse seadus (I.R. Von Mayer)
1859 – Spektraalanalüüs (R.W. Bunsen, G.R. Kirchhoff), keemiliste elementide perioodilisusesüsteem (D.Mendelejev (1834-1907))
1865 – Elektrodünaamika põhivõrrandid (J.C.Maxwell (1831-1879))
Termodünaamika ja molekulaarfüüsika areng statistika baasil (Gibbs, Boltzmann, Maxwell)
1888 – Elektromagnetlainete olemasolu tõestus (H.Hertz)
1895 – Raadioside, elektroni avastamine
Loodusliku radioaktiivsuse avastamine ja uurimine (A.H. Begquerel, M. Curie), röntgenkiirguse avastamine (W.C. Röntgen)
1896 – Esimene röntgeniaparaat
1900 – Energiakvandi hüpotees, kvantteooria rajamine (M. Planck (1858-1947))
1905 – Erirelatiivsusteooria, footoni mõiste, fotoefekti seletus (A.Einstein (1879-1955))
1911 – Aatomituuma avastamine, planetaarne aatomimudel (E. Rutherford)
Metallide ülijuhtivuse avastamine (H. Kamerlingh-Onnes)
1913 – Esimene aatomikvanditeooria (N.Bohr (1885-1962))
1915 – ÜRT (A.Einstein)
1916 – Schwartzschildi lahend ÜRT-s
1919 – Tehislik tuumareaktsioon (E.Rutherford)

Tähe massi ja heleduse seose avastamine (E.Hertzprung)
1922 – Paisuva kosmose mudel (A.Fridman)
1924 – Mikroosakeste laineomaduste hüpotees (L.V. de Broglie)
1925 – Bose-Einsteini ja Fermi-Diraci statistika
1925-26 – Kvantmehaanika (W.Heisenberg, E.Schrödinger)
1926 – Tõestus, et galaktikad koosnevad tähtedest (E.P. Hubble)
1928 – Elektroni liikumise relativistlik teooria
1931 – Kosmilise raadiokiirguse avastamine
1931 – Neutroni avastamine (J. Chadwick), positroni avastamine (C.D. Anderson)
1933 – Tuuma prooton-neutron-mudel, määramatuse printsiip
1934 – Tehisradioaktiivsus (Irene ja Frederic Joliot Curie)
1935 – Radarite loomine Suurbritannias
1938 – Uraanituumade lõhustumise avastamine (O.Hahn, F. Strassmann)
Teooria termotuumareaktsioonist kui tähtede energiaallikast (A. Bethe, C.F. von Weizsäcker
1940 – Uraanijärgsete elementide süntees (G.T. Seaborg, E.M. McMillan)
1941 – Heeliumi ülivoolavus
Jne.

1.3. Kuidas füüsikas andmeid kogutakse?

Teaduslik vaatlus – mõõtmine – võrdlemine mingi etaloniga – so teaduslik, täpne ja objektiivsust taotlev jälgimine ja registreerimine. Vaatlus on passiivne – toimub looduse poolt etteantud tingimustes, vaadeldavale objektile mõju avaldamata.
Mõõtmise eesmärgiks on looduse objektide ja nähtuste mitmesuguste arvuliste tunnuste kindlaksmääramine.

Katse ehk eksperiment – nähtuste või objektide uurimine nende aktiivse mõjutamise kaudu teatavate uute, uurimise eesmärgile vastavate tingimuste loomise teel. (Nähtuste kunstlik tekitamine, mingi tahu võimendamine või allasurumine). Katses uurime seda, mida tahame.

Nähtuste katselise uurimise ülesandeks on eelkõige nimet selliste kvantitatiivsete seaduspärasuste avastamine, mis näitavad, kuidas sõltuvad ühed nähtust või objekti iseloomustavad tunnudes (füüsikalised suurused) teistest. Kui need seadused on teada, siis teame, kuidas muuta nähtuste kulgemise tingimusi, et saavutada soovitavaid tulemusi.

Katseandmed ja mõõtmistulemused kokku ei anna veel teadust. Katsest saadud materjali põhjal uue teadmise loomiseks on vaja tugevat mõttetööd. S.o. teaduse loogikalise osa ülesanne. Nähtuste tundmaõppimiseks on vaja leida seosed nähtuse eri külgede vahel– mis on tähtsaim, mis teisejärguline. Miks on objekt just selline? Miks nähtus igal konkreetsel juhul kulgeb just nii? Jne.

See baseerub abstraktsel mõtlemisel, mille komponentideks on mõisted, otsustused, järeldused, induktsioon, deduktsioon, analüüs, süntees, hüpoteesid, teooriad.

2. Eksperimendi ülesehitus

1. Töö pealkiri

2. Töö eesmärk
Töö eesmärk võib olla erinev. Näiteks:
- Leida antud materjali (mingi konkreetne materjal) tihedus temperatuuril $20^{o}C$.
- Leida antud raua-nikli-sulami paisumistegur.
- Leida antud pooljuhi korral pinge-voolu karakteristik.
- Kontrollida antud (näiteks Newtoni II) seaduse kehtivust.
- Kontrollida, kas nn xyz-meetod mulla happelisuse määramiseks sobib kasutamiseks Eesti rabamuldadel.

Seega – töö eesmärgiks võib olla mingi suuruse leidmine; teooria, valemi või hüpoteesi kontrollimine; mingi meetodi kontroll teistel tingimustel; teooria või rakenduspiiri määramine.

Töö eesmärk võib, eriti tavaliste, kooli või ülikooli laboratoorsete tööde korral, olla ka nö harjutuslik või didaktiline – mingi mõõtmisvõtte omandamine, statistilise andmetöötluse ja mõõtemääramatuse leidmise harjutamine ja omandamine jne.

Töö järeldustes vastatakse ka eesmärgile – mis on antud katse põhjal tihedus; kas katse kinnitas antud hüpoteesi; kas katse põhjal võib seda meetodit neis tigimustes kasutada vms. Siiski, töö järeldustes ei vastata kunagi küsimusele – kas antud mõõtemeetod on omandatud või füüsikalise suuruse keskmist osatakse leida.

Töö eesmärgist tuleneb see, millist teooriat peaks kasutama.

3. Töö teoreetiline osa (ka töö käik).

Selles punktis tuuakse välja eksperimendiks ja andmetöötluseks vajalikud valemid, seadused ja tähistused. Vajaduse korral tuletatakse konkreetsete, antud katses vajalike suuruste jaoks valemid. Töö teoreetiline osa peab andma vastuse küsimustele, miks kasutatakse just neid konkreetseid vahendeid (millega katsetatakse), kuidas andmeid töödeldakse.

Selles osas võib ära näidata mõõtmismetoodika – millises järjekorras ühendada mõõteriistu ja miks. Mida mõõta ja kui täpselt.

4. Töövahendid

See, milliseid töövahendeid kasutatakse, tuleneb teooria osast.

5. Mõõtmisprotokoll

Mõõtmisprotokollis peavad sisalduma kõik mõõtetulemused nii teisendamata kui ka SI-ühikutesse teisendatud kujul. Juhul, kui ühte ja sama suurust mõõdetakse korduvalt, on mõistlik andmed kanda tabelisse. Näide andmetabeli kohta:

Tabel 1. Voolutugevuse sõltuvus pingest.

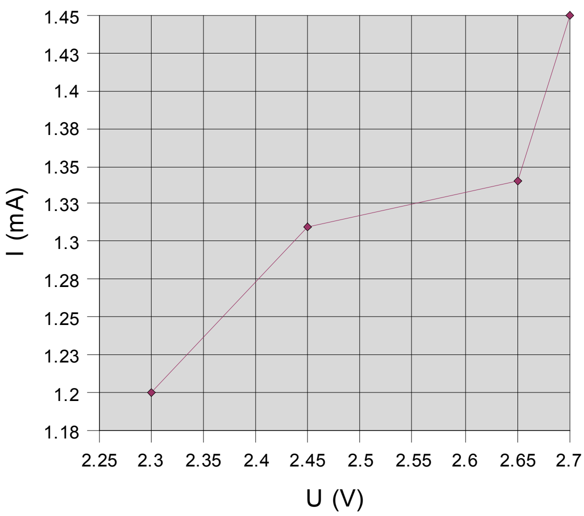
U (V) ±0,05V	I $*10^{-3}$(A)
2,30	1,20
2,45	1,31
2,65	1,34
2,70	1,45

U – pinge;
I – voolutugevus.

Tabelis ja selle all on toodud füüsikaliste suuruste tähised, ühikud kui ka mõõtetäpsus. Pinge korral on see näha 0,05V, voolutugevuse korral on see $0{,}01*10^{-3}$A – paistab välja viimasest numbrikohast. Tabelisse oleksime voolutugevuse alla võinud kirjutada ka 0,00120; 0,00131 jne, kuid lühem ja füüsikas kasutatava viisi kohaselt viiakse mõõtetulemus kujule $1{,}20*10^{-3}$A ning ühik koos 10^{-3}-ga kirjutatakse tabeli esimesse ritta. Kasutada oleks siinkohal võinud ka tähist mA esimeses reas, kuid juhul, kui edasistes arvutustes on vaja voolutugevust kasutada, peaks kirjutama kõik suurused SI-ühikutes ilma milli-, kilo-, mikro- jm eesliiteid kasutamata.

6. Andmete analüüs.

Üks olulisemaid kohti, kust saab informatsiooni mingite seoste kehtivuse kohta, on graafikud. Graafikud annab alati ülevaatlikuma pildi kui lihtsalt andmetabel. Graafik on esimene asi, mida keegi vaatab. Graafikud peavad olema esitatud koos tiitlitega, telgede nimetustega, mõõtühikutega.
Näiteks ülaltoodud tabelis esitatud sõltuvuse graafiku võime esitada järgmiselt:



Joonis 1. Voolutugevuse sõltuvus pingest.

Andmete analüüsi alla kuuluvad arvutused. Arvutustulemused võib lisada ka mõõtetulemuste tabelisse. Sel juhul peab olema selgelt märgitud, millise seose põhjal on need leitud. Soovitatavalt peaks vähemalt ühe arvutuse pikalt läbi tegema – juhul, kui selles on viga sees, on lihtsam leida viga otseselt arvutustest kui mõistatama hakata, kas viga on vales liites, valedes ühikutes või mujal.
Andmete analüüsi juurde kuuluvad ka veaarvutused (mõõtemääramatuse leidmine).

7. Järeldused

Järelduses antakse vastus eesmärgis püstitatud küsimustele.

3. Mõõtmised ja andmetöötlus

Soovitatav kirjandus:
1. Voolaid H. Mõõtevigade hindamine füüsika praktikumis. TRÜ. 1983.
2. Uder Ü. Metroloogia füüsika praktikumis. TTÜ Kirjastus. 1999.
3. Kirkup L. Experimental methods : an introduction to the analysis and presentation of data. Wiley. 1994.

3.1. Mis on mõõtmine?

Mõõtmine - mingi füüsikalise objekti võrdlemine teise samasuguse objektiga.

Tavaliselt mõõtetulemuseks siiski suhtarv:

$$\frac{esimese\ füüsikalise\ suuruse\quad väärtus}{teise\ füüsikalise\ suuruse\quad väärtus} = arv$$

Mõõtetulemuse saame järgmiselt: $\frac{füüsikalise\quad suuruse\quad väärtus}{mõõtühiku\quad väärtus} = mõõtarv$.

Näiteks mõõtes mingi eseme pikkust: $\frac{pikkus}{1m} = 3{,}5$. Seega on selle eseme pikkus $l = 3{,}5 \cdot 1m = 3{,}5m$.

Mõõtmisel tuleb silmas pidada, et absoluutselt täpne mõõtmine on võimatu! (Erandiks võib olla loendamine).

Mõõtesuuruse väärtus - mõõtmistulemuse piirväärtus, millele see läheneb mõõtmistehnika tõkestamatul arenemisel.

Olgu
s_0 - füüsikalise suuruse tõeline väärtus;
s - konkreetses mõõtmisprotsessis saadud tulemus;

Siis mõõtmisviga on $\Delta s = s - s_0$. Tegelikult hinnatakse mõõtmisprotsessis nn piiriviga:
Piirviga - vähim vea väärtus, mille puhul võime veel kindel olla, et tõeline viga seda ei ületa.

See on 100% usaldatavusega, tavaliselt on usaldatavus 95%, harvem 99% või 70% (füüsikas üsnagi harva).

Vead võib liigitada mitmeti:
1. Juhuslikud vead.
2. Süstemaatilised vead.
3. Mõlemad vead.

Teine liigitusviis:
1. Häireviga - mõõtmisprotsessi häirivad mingid välismõjutused.
2. Riistaviga - mõõteriista ebatäpsusest tingitud viga.
3. Subjektiivne viga - mõõtja meelte ebatäpsus (reaktsiooniaeg, kogenematus jne).
4. Lähteviga - arvutustel kasutatavate muude arvude, nt konstantide ebatäpsus.
5. Arvutusviga - ei arvutata piisava arvu komakohtadega.
6. Metoodiline viga - mõõtmisviisi põhimõtteline ebatäpsus, arvutusvalemite ligikaudsus.

Mõõtmisprotsessi täpsust kirjeldav suurus ei käitu nagu viga, vaid kui põhimõtteline määramatus - *mõõtemääramatus,* käitub nagu juhuslik viga. Seetõttu ei räägita füüsikas mitte mõõtmisveast, vaid mõõtemääramatusest.

Suhteline e relatiivne viga: mõõtarvu ühiku kohta tulev viga:
$$R_S = \frac{|s - s_0|}{s} 100\% .$$

3.2. Keskmine, ruutkeskmine hälve, dispersioon.

Mingi suuruse *keskväärtus:*
$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i ,$$

kus n – mõõtmiste arv. x_i – i-ndal mõõtmisel saadud mõõtetulemus.

Mõõtetulemuste hajumise kirjeldamiseks, st kirjeldamaks üksiktulemuste keskmist erinevust keskväärtusest (ehk kui laiali on mõõtetulemused keskmise ümber hajunud), kasutatakse mõistet *dispersioon*.

Üksiktulemuse dispersioon:
$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 .$$

σ_x - *üksiktulemuse standardhälve*.

Kui teeme palju seeriaid, milles igaühes on n mõõtmist, siis saame *aritmeetilise keskmise dispersiooniks:*
$$\sigma_n^2 = \frac{1}{n}\sigma_x .$$

Dispersioon kirjeldab vaid juhuslikku viga, mitte süstemaatilist viga.

Paljuden mõõtmisest koosnevate seeriate korral on üksikmõõtmise dispersiooniks:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} < \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 > .$$

Aritmeetilise keskmise dispersiooni parimaks hinnanguks nimetatakse suurust:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)} .$$

Üksikmõõtmise standardhälve σ_x iseloomustab andmete hajumist (keskmise ümber), aritmeetilise keskmise standardhälve $\sigma_{\bar{x}}$ iseloomustab mõõdetava suuruse tegelikku väärtust.

Väga suure hulga mõõtmiste korral

vahemikku $[\bar{x} - \sigma_x, \bar{x} + \sigma_x]$ mahub 70% andmetest;

vahemikku $[\bar{x} - 2\sigma_x, \bar{x} + 2\sigma_x]$ mahub 95% andmetest;

vahemikku $[\bar{x} - 3\sigma_x, \bar{x} + 3\sigma_x]$ mahub 99% andmetest.

Aritmeetilise keskmise standardviga iseloomustab mõõdetava suuruse tegelikku väärtust järgmiselt – (väga) suure hulga mõõtmiste korral

- vahemikus $[\bar{x} - \sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + \sigma_{\bar{x}}]$ on tegelik mõõdetav väärtus ligikaudu 70%-lise usaldusväärsusega (tõenäosusega), (täpsemalt – 68,3%);
- vahemikus $[\bar{x} - 2\sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + 2\sigma_{\bar{x}}]$ on tegelik mõõdetav väärtus ligikaudu 70%-lise usaldusväärsusega (tõenäosusega), (täpsemalt – 95,4%);
- vahemikus $[\bar{x} - 3\sigma_{\bar{x}}, \bar{x} + 3\sigma_{\bar{x}}]$ on tegelik mõõdetav väärtus ligikaudu 99%-lise usaldusväärsusega (tõenäosusega), (täpsemalt – 99,7%).

Suurust $\sigma_{\bar{x}}$ (*aritmeetilise keskmise standardhälve*) kasutatakse ka *mõõtemääramatuse* hindamiseks.

Juhul, kui tegemist on lõpliku arvu (nagu alati) mõõtmistega, kusjuures mõõtmiste arv ei ole väga suur, allub mõõtmiste jagunemine aritmeetilise keskmise ümber, Studenti jaotusele. *Mõõtemääramatus* leitakse järgmiselt:

$$\Delta x = t_{n,p} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} ,$$

kus $t_{n,p}$ on Studenti tegur, mis leitakse tabelist. n-mõõtmiste arv, p – usaldusväärsus (füüsikas tavaliselt 95%).

Studenti koefitsendid:

	p		
n	90%	95%	99%
2	6,31	12,7	63,7
3	2,92	4,30	9,92
4	2,35	3,18	5,84
5	2,13	2,78	4,60
6	1,02	2,57	4,03
7	1,94	2,45	3,71

8	1,89	2,36	3,50
10	1,83	2,26	3,25
15	1,76	2,14	2,98
50	1,68	2,01	2,68
100	1,66	1,98	2,63

MS Excelis vajaminevad funktsioonid:
AVERAGE(…) – aritmeetiline keskmine
SUM(nr1;nr2;…) – SUM(B4:B7) – summa
STDEV(nr1;nr2;…) – STDEV(B4:B7) – standardhälve
DEVSQ(nr1;nr2;…) – DEVSQ(B4:B7) – summa üle üksikmõõtmiste hälve keskmisest.

3.3. Vähimruutude meetod.

Vaatame kahe füüsikalise suuruse vahelist sõltuvust. Kõige lihtsamal juhul võib selleks olla sirge. Olgu need suurused $y = f(x)$. Ehk . Ehk $y = k\,x + b$, kus m ja b on konstandid, antud juhul eksperimendi tulemustest määratavad suurused.
Üldkujulise lineaarse funktsiooni $y = kx + b$ korral kasutatakse vähimruutude meetodid suuruste m ja b leidmiseks. St. paljude mõõtmiste korral peab suurus $SS = (\Delta y_1)^2 + (\Delta y_2)^2 + ... + (\Delta y_n)^2$ olema minimaalne. Antud suuruse minimaalsuse nõudest tulenevad konstandide k ja b leidmiseks järgmised avaldised.

$$k = \frac{n\sum_{i=i}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2},$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2},$$

kus n on mõõtmiste arv.

Mõlema suuruse m ja b jaoks saame samuti standardhälbed, need on leitavad järgmistest seostest:

$$\sigma_m = \frac{\sigma\sqrt{n}}{\sqrt{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}},$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma\sqrt{\sum x_i^2}}{\sqrt{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}},$$

kus $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum (y_i - mx_i - b)^2}$.

Selliste arvutuste lihtsustamiseks võib teha järgmised tabeli.

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	0			
2	7			
…				
n	$\sum_{i=1}^{m} x_i =$	$\sum_{i=1}^{m} y_i =$	$\sum_{i=1}^{m} x_i^2 =$	$\sum_{i=1}^{m} x_i y_i =$

Tabelarvutusprogrammi MS Exceli abil võib kasutada ka järgmist võimalust – andmete järgi graafiku joonistamisel – Chart Wizard – XY-Scatter. Kui punktid olemas, siis klikk graafikul mõne punkti peal, manüüst Chart – Add Trendline (või hiire parema nupuga Add Trendline).

Options:
Display Equation on Chart kuvab graafikule ka vastava regressioonijoone võrrandi;
Display R-squared on Chart kuvab graafikule R^2 väärtuse, mis iseloomustab, kui hästi andmed selle võrrandiga kokku sobivad. Ideaaljuhul on $R^2=1$. $0<R^2<1$. R on Pearsoni korrelatsioonikordaja (vt allpool).

Exceli funktsioonid:
INTERCEPT(y_i'd; x_i'd) – Intercept(B7:B15;A7:A15) – leiab lõikepunkti y-teljega. ehk *b* väärtuse
SLOPE(y_i'd;x_i'd) – Slope(B7:B15;A7:A15) – leiab graafiku tõusu – *m* väärtuse.(ka LINEST(y_i'd;x_i'd)
Vt. ka Trend.

3.4. Andmete vaheline korrelatsioon.

Andmete vahelise korrelatsiooni uurimiseks võib kasutada erinevaid meetodeid. Juhul, kui sõltumatu muutuja (x) ning sõltuva muutuja (y) vahel on lineaarne seos, mida võib üldiselt kirjeldada seosega $y=kx+b$, kus k ja b on konstandid, kasutatakse seose 'headuse' määramiseks Pearsoni korrelatsioonikordajat $r_{xy}=r$, mis võib omandada väärtusi -1 kuni 1. Mida suurem on Pearsoni korrelatsioonikordaja absoluutväärtus $|r|$, st mida lähedasem ühele, seda suurem on kindlus, et suuruste x ja y vahel on tõepoolest lineaarne seos.
Seega – Pearsoni korrelatsioonikordaja näitab, kas katsest saadud suuruste x ja y kogumid vastavad teooriast poolt ennustatavale hüpoteesile, et nende vahel on lineaarne seos. Täpsemalt – et see seos võiks kehtida. Kui andmeid on liiga vähe või mõõtmised ebatäpsed, võib r olla ligikaudu 1 ka juhul, kui x ja y vahel on näiteks ruutsõltuvus või eksponentsiaalne seos (iga graafiku jaoks võib väga väikeses piirkonnas lähendada sirgega).
Pearsoni korrelatsioonikordaja võib leida järgmiselt:

$$r_{xy} = \frac{n\sum_{i=i}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2}}\ .$$

Selle jaoks võib teha järgmise tabeli, mille abil on arvutusi lihtsam teha.

x	y	xy	x^2	y^2
...				
...				
$\sum_{i=1}^{n} x_i =$	$\sum_{i=1}^{n} y_i =$	$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i =$	$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 =$	$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 =$

Kasutada võib ka mõnda tabelarvutusprogrammi, näiteks MS Excelis on selle jaoks funktsioon Pearson(…;…) (vt MS Excel help'i).

Ülesanne 1.

Vee keemistemperatuuri mõõdeti termomeetri abil. Saadi järgmised tulemused.

Temperatuur t (ºC) ±0,5ºC	$\lvert \bar{t} - t_i \rvert$	$(\bar{t} - t_i)^2$
101,0		
100,5		
99,0		
99,5		
100,5		
102,0		
101,0		
100,5		
$\bar{t} =$	$\sum$	$\sum$

Leida antud andmetele tuginedes keskmine temperatuur, aritmeetilise keskmise standardhälve, mõõtemääramatus ja suhteline viga. Antud ülesande korral koosneb mõõtemääramatus summast – üks osa, mis on saadud tänu andmete hajumisele ning leitakse alapunktis 3.2 toodud valemi kohaselt, teine liidetav tuleneb mõõtmisvahendi ebatäpsusest (mõõteriista viga korrutatud sama Studenti teguriga).

Ülesanne 2.

Leida kaldu asetatud relsil liikuva vankrikese kiirendus kahel erineval viisil:

1) mõõtes kahe fotovärava vahel liikumise aega;
2) mõõtes ühe fotovärava ja vankrikesel asuva triipriba abil otseselt vankrikese kiirendust.

Kummagil juhul soovitav teha vähemalt 6 katset. Leida keskmine kiirendus, keskmise standardhälve ning mõõtemääramatus 95% usaldusväärsuse korral.
Milliste valemite järgi peaks arvutama kiirenduse esimesel juhul?
Kui palju erinevad erinevatel meetoditel leitud kiirendused?

Ülesanne 3.

Katses mõõdeti keha kukkumist 25 m kõrguselt ning saadi järgmised tulemused:

Kukkumise aeg t(s)	2,2	2,0	2,3	1,9	2,1	2,3	2,0	2,2

Leida kukkumise keskmine aeg ning mõõtemääramatus. Leida antud tulemuste põhjal vaba langemise kiirenduse g väärtus.

3.5. Mõõtemääramatuse leidmine kaudse mõõtmise korral

Antud alapunktis vaatleme, kuidas leida mõõtemääramatust füüsikalise suuruse korral, mida ei mõõdeta otse, vaid leitakse teiste suuruste abil (mis on otse mõõdetud).

Olgu meil selliseks suuruseks *f*, mis saadakse mingi kolme teise füüsikalise suuruse *x,y,z* abil, kusjuures viimased on saadud otsese mõõtmise tulemusena ning nende korral on teada ka mõõtmise viga. Olgu meil suuruste *x,y,z* mõõtevead vastavalt $\Delta x, \Delta y, \Delta z$. Siis võime Δf - mõõtemääramatuse leida järgmise valemi abil:

$$\Delta f = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\Delta z ,$$

kus $\frac{\partial f}{\partial x}$ - tähistab osatuletist *f*-st *x* järgi ja nii on tähistatud ka teised osatuletised.

Näide. Risttahuka tihedus on leitud järgmiselt: on mõõdetud tema küljed *a,b,h* ja mass *m*. Seega tihedus $\rho = \frac{m}{a \cdot b \cdot h}$. Mõõtemääramatus on arvutatav seega järgmiselt:

$$\Delta\rho = \left|\frac{\partial \rho}{\partial m}\right|\Delta m + \left|\frac{\partial \rho}{\partial a}\right|\Delta a + \left|\frac{\partial \rho}{\partial b}\right|\Delta b + \left|\frac{\partial \rho}{\partial h}\right|\Delta h = \frac{1}{a \cdot b \cdot h}\Delta m + \frac{m}{a^2 b \cdot h}\Delta a + \frac{m}{a \cdot b^2 h}\Delta b + \frac{m}{a \cdot b \cdot h^2}\Delta h .$$

Ülesanne 4. Leida risttahuka tihedus ning tiheduse mõõtemääramatus.

Ülesanne 5. Juhi takistus *R* sõltub temperatuurist järgmiselt: $R = R_0(1 + \alpha\Delta T)$, kus R_0 on juhti takistus temperatuuril 0^oC, $\Delta T = (T - T_0)$, $T_0=273K$ ja α on takistuse sõltuvust temperatuurist iseloomustav kordaja. Mõõtmistel saadud tulemused on esitatud järgmises tabelis:

Tabel. Vaskjuhtme sõltuvus temperatuurist.

Temperatuur (^oC)	Konstantse pikkusega vaskjuhtme takistus *R*(Ω)±0,001Ω
8,0	0,208
16,5	0,213
23,5	0,222
32,0	0,229
40,4	0,232
54,5	0,243

Joonistada antud andmetele tuginedes graafik *R=f(T)* ning leida vähimruutude meetodi abil R_o ja α.

Ülesanne 6.

Metalllati kuumutamisel latt pikeneb vastavalt seosele $l = l_0(1 + \alpha\Delta T)$, kus *l* on lati pikkus; l_0 on lati pikkus 0^oC korral. Mõõdeti nii lati pikkust kui ka temperatuuri. Leida tuleb soojuspaisumistegur α ning mõõtemääramatus $\Delta\alpha$. Kuivõrd mõõtemääramatuse leidmist Exceli funktsioonides pole, on mõistlik teha järgmine tabel; leida esmalt regressiooniparameetrid m ja b (vt alapunkt 3.2) ning seejärel täita tabeli viimane veerg. Selle järgi on võimalik leida ka mõõtemääramatus.

Tabel.

Temperatuur t(°C)	Lati pikkus *l(m)*			
x_i	y_i	x_iy_i	x_i^2	$(y_i-mx_i-b)^2$
25	1,1164			
50	1,1170			
75	1,1172			
100	1,1180			
125	1,1190			
150	1,1199			
175	1,1210			
200	1,1213			
225	1,1223			
250	1,1225			
$\sum$	Σ	Σ	Σ	Σ

Ülesanne 7. Leida vaba langemise kiirendus *g* arvutiprogammi *Science Workshop* abil. Töö P06.sws.

3.6. Andmete lineariseerimine.

Lineaarne sõltuvus kahe suuruse vahel on kõige lihtsam matemaatline sõltuvus. Selle graafikuks on teatavasti sirge. Juhul, kui eksperimendis uuritakse sõltuvust, mis peaks andma tulemuseks sirge, on graafikult lihtne vaadata, kas punktid paiknevad enam-vähemgi sirge peal. Ruutsõltuvuse, logaritmilise või muu mittelineaarse sõltuvuse korral on silma järgi raske öelda, kas mõõtetulemused vastavad oodatavale sõltuvusele või ei. Samuti – lineaarse sõltuvuse $y=kx+b$ korral on suhteliselt lihtne leida konstante *k* ja *b*.

Siin võib kasutada erinevaid võtteid. Lähemalt tutvume neist kahega.
A. *y=f(x)*, kus võrduse paremal poolel seisneb korrutis. Näiteks: $I=Ar^n$, kus *A* ja *n* on konstandid; $N=Be^{bx}$, kus e=2,72...; *B* ja *b* on konstandid. Võime üle minna uutele muutujatele logaritmides võrrandit. Vaatame seda kahel näitel.

Ülesanne 8.
Pooljuhi takistus on läbi pooljuhi mineva voolu tugevuse funktsioon *R=f(I)*. Eeldame, et see seos on järgmine: $R = k \cdot I^n$. Joonistada graafik, logaritmiline graafik. Leida konstandid *k* ja *n*.

Tabel. Pooljuhi takistuse sõltuvus voolutugevusest.

I(A)	R(Ω)
0,001	0,0006
0,002	0,0022
0,004	0,0063
0,008	0,02
0,016	0,042
0,032	0,12
0,064	0,34
0,130	1,1
0,260	3,2
0,520	9,5

Esmalt lineariseerime võrduse $R = k \cdot I^n$. Selleks võtame mõlemalt poolelt (kümnend)logaritmi:

$\log R = \log(k \cdot I^n) = \log k + n \log I$.

Oleme saanud lineaarse sõltuvuse log *R* ja log *I* vahel. Log-log-graafiku x-teljele läheb log *I* ja y-teljele log *R*. Lineaarse regressioonanalüüsi abil konstantide *k* ja *b* leidmiseks on mõistlik teha järgmine tabel:

I(A)	RΩ)	log *I* *x*	log *R* y	x^2	x y
0,001	0,0006	-3	-3,222	9	9,666
0,002	0,0022	-2,699	-2,658	7,285	7,174
...	...	...	...	...	...

Edasi tuleks kasutada alapunktis 3.3 toodud valemeid.

Ülesanne 9.

Radioaktiivse elemendi Po210 aktiivsus langes aja jooksul järgmiselt:

Aeg t (päev)	0	4	8	11	15	18	21	25	29	32
Aktiivsus A	19520	18620	19180	16920	18620	16500	17527	16562	17210	16030

Radioaktiivse elemendi aktiivsus kahaneb aja jooksul vastavalt radioaktiivse lagunemise seadusele: $A = A_0 e^{-\lambda t}$, kus A_0 on konstant (aktiivsus ajahetkel 0) ja λ on radioaktiivse lagunemise konstant. Elemendi poolestusaeg $\tau = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,692}{\lambda}$. Leida tabelis toodud andmete põhjal polooniumi isotoobi radioaktiivse lagunemise konstant ja poolestusaeg.

Logaritmime funktsiooni, antud juhul võtame mõlemalt poolt naturaallogaritmi:

$\ln A = \ln(A_0 e^{-\lambda t}) = \ln A_0 - \lambda \cdot t$. Võrreldes seda lineaarse sõltuvusega *y=kx+b*, näeme, et võime võtta*y*= ln*A*, *x=t* ning leida konstandi λ=- *k*.

B. Juhul, kui sõltuvuses *y=f(x)* võrduse paremal poolel on summa või ei ole tegemist astendamisega, võib lihtsalt defineerida uue muutuja.

Ülesanne 10.

Punktvalgusallika poolt kiiratud valgus tekitab valguskiirtega risti oleval pinnal valgustatuse

$$E = \frac{I}{r^2}. \qquad (1)$$

Valgustatust mõõdetakse luksides (lx), valgustugevust *I* luumenites. Nagu valemist (1) näha, kahaneb pinna valgustatus pöörvõrdeliselt kaugusega valgusallikast. Juhul, kui meil lisaks uuritavale lambile on olemas ka taustvalgustus, võime valemi (1) kirjutada ringi järgmiselt:

$$E = \frac{I}{r^2} + E_0, \qquad (2)$$

kus E_o on pinna valgustatus ilma uuritava valgusallikata. Tähistades $y = E$, $x = \frac{1}{r^2}$, *k=I*, *b=*E_0, oleme saanud valemi (2) kujul *y=kx+b*.

Töö käik. Lambi valgustugevuse mõõtmiseks tuleb teha vähemalt viis katset – mõõta pinna valgustatus luksmeetriga lambist erinevatel kaugustel. Andmed tuleb kanda tabelisse:

r (m)	$x = \frac{1}{r^2}$	y=E (lx)

Kasutades nüüd lineaarregressiooni valemit:

$$k = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

võimegi leida lambi valgustugevuse *I*.

3.7. Eksperimendi püstitamine ja läbiviimine arvuti ja programmi Science Workshop abil.

Järgmistes ülesannetes tuleb iseseisvalt leida, milliste seoste, füüsikaseaduste abil saab leida otsitavad suurused, mida ja kuidas tuleks mõõta, sooritada mitu katset, leida otsitav suurus, mõõtemääramatus ja anda ülesandes püstitatud küsimusele vastus (järeldus).

Ülesanne 11.
Leida vankrikese ja põrandapinna vaheline hõõrdetegur.

Ülesanne 12.
Leida puuklotsi ja relsi vaheline hõõrdetegur.

Ülesanne 13.
Kasutades eelmises ülesandes saadud tulemust puuklotsi ja relsi vahelise hõõrdeteguri jaoks, kontrollida jõuvektorite liitmise seadust kaldpinnal libiseva keha korral.

4. Laboratoorse töö aruanne.

<table>
<tr><td colspan="3">Füüsika laboratoorne töö</td></tr>
<tr><td>Rühm</td><td>Üliõpilase nimi</td><td>Kuupäev</td></tr>
<tr><td>Nr.</td><td colspan="2">Töö pealkiri</td></tr>
</table>

Töö eesmärk: …

Töövahendid: …

Teooria osa. – Sisaldab kõik arvutusvalemid, tähiste selgitused ja mõõtühikud. Katsevahendi skeem või joonis koos selgitusega.

Mõõtmisprotokoll. – Kui on tegemist rohkem, kui ühe mõõtmisega, kantakse andmed tabelisse, mis pealkirjastatakse.

Andmetöötlus. – Pärast katset tehtud arvutused, veaarvutus.

Tulemuste analüüs. – Graafikud, tulemused, järeldused.